

PROCESUL TRANZITORIU ELECTROMECHANIC PROVOCAT DE VARIAȚIA BRUSCĂ A MOMENTULUI CUPLULUI REZULTANT DE FORȚE MECANICE ACTIVE LA ARBORELE ALTERNATORULUI SINCRON TRIFAZAT, AFLAT, ÎNREGIM PERMANENT SINCRON DE FUNCȚIONARE ÎN SARCINĂ ELECTRICĂ

Mircea M. RĂDULESCU

Facultatea de Inginerie Electrică, Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca
(Mircea.Radulescu@emd.utcluj.ro)

Rezumat. Prezenta lucrare constituie un studiu analitic al procesului tranzitoriu electromechanic survenit într-un alternator sincron trifazat (cu rotor cu poli magnetici aparenti) la aplicarea bruscă a unei trepte mici de creștere a momentului cuplului rezultat de forțe mecanice active la arborele alternatorului – conectat la rețeaua electroenergetică de putere infinită și aflat, inițial, în regim permanent sincron de funcționare în sarcină electrică (trifazată echilibrată). Sunt determinate variațiile incrementale tranzitorii ale unghiului electric intern (sau de sarcină) și vitezei unghiulare electrice (de rotație) a rotorului. Analiza tranzitorie și de stabilitate statică a alternatorului este coroborată prin exemplul numeric al unui studiu de caz.

1. INTRODUCERE ÎN PROCESELE TRANZITORII ELECTROMECHANICE DIN ALTERNATORUL SINCRON TRIFAZAT CONECTAT LA O REȚEA ELECTROENERGETICĂ DE PUTERE INFINITĂ

În alternatorul sincron trifazat (cu rotorul cu poli magnetici aparenti) – conectat la o rețea electroenergetică de putere infinită (cu valoarea efectivă a tensiunii electrice de linie și pulsația (frecvența) invariabile în timp și impuse circuitului electric trifazat statoric al alternatorului) – procesele tranzitorii electromechanice survin datorită abaterilor vitezei unghiulare de rotație a rotorului de la valoarea sincronă, provocate de variațiile bruște ale momentului cuplului rezultat de forțe mecanice active al motorului primar (turbinei) de antrenare cuplat rigid la arborele alternatorului. Dacă aceste variații bruște sunt mici în jurul unui punct de funcționare a alternatorului în regim permanent sincron, se poate efectua studiul analitic al proceselor tranzitorii electromechanice din alternator, prin aplicarea unei liniarizări convenabile a ecuațiilor diferențiale (în domeniul timp) ale modelului dinamic Park al alternatorului.

Se consideră, astfel, alternatorul sincron trifazat (cu rotorul cu poli magnetici aparenti) în regim permanent (armonic) sincron de funcționare în sarcină electrică trifazată echilibrată, fiind conectat direct (cu neglijarea impedanței echivalente a liniei de transport) la o rețea electroenergetică de putere infinită.

Rotorul și arborele alternatorului se presupun în mișcare de rotație uniformă cu viteza unghiulară electrică (de rotație) sincronă ω_s , aceeași cu pulsația (tensiunii electrice) rețelei electroenergetice de putere infinită la care este conectat alternatorul, iar mărimile caracteristice (notate cu simbolul–indice ‘0’) de regim permanent sincron de funcționare în sarcină electrică (trifazată echilibrată) a alternatorului, se exprimă prin

– fazorul reprezentativ al tensiunilor electrice de fază statorice (armonice în timp și de pulsație ω_s), definit în referențialul rotoric, de axe ortogonale electric d, q , din planul complex confundat cu planul secțiunii transversale a alternatorului, prin constanta complexă,

$$\underline{U}_{s0} = U_{sd0} + jU_{sq0} = -\hat{U}_s \sin \delta_0 - j\hat{U}_s \cos \delta_0, \quad (1)$$

unde $\hat{U}_s = \sqrt{2/3} U$ este valoarea de vârf a tensiunii electrice de fază statorice, egală cu de $\sqrt{2/3}$ ori valoarea efectivă U a tensiunii electrice de linie a rețelei electroenergetice de putere infinită

la care alternatorul este conectat, iar δ_0 desemnează unghiul electric intern (sau de sarcină) al alternatorului;

– fazorul spațial reprezentativ al intensităților (armonice în timp și de pulsație ω_s) curenților electrici de fază statorici, definit în același referențial rotorice, de axe ortogonale electric d, q , prin constanta complexă,

$$\underline{I}_{s0} = I_{sd0} + jI_{sq0} = -\hat{I}_s \sin(\delta_0 + \varphi) - j\hat{I}_s \cos(\delta_0 + \varphi), \quad (2)$$

unde $\hat{I}_s$ reprezintă valoarea de vârf a intensității curentului electric de fază statoric, iar φ este unghiul de decalaj spațial dintre fazorul reprezentativ al tensiunilor electrice de fază statorice și fazorul spațial reprezentativ al intensităților curenților electrici de fază statorici;

– tensiunea continuă la bornele înfășurării rotorice de excitație (raportată la înfășurarea statorică de fază) U'_{f0} și, corespunzător, intensitatea curentului continuu din înfășurarea rotorică de excitație (raportată la înfășurarea statorică de fază) $I'_{f0} = U'_{f0} / R'_f$;

– fazorul reprezentativ al fluxurilor magnetice totale ale înfășurărilor de fază statorice (armonice în timp și de pulsație ω_s), definit în referențialul rotorice, de axe ortogonale electric d, q , prin constanta complexă,

$$\underline{\Psi}_{s0} = \Psi_{sd0} + j\Psi_{sq0} = (L_{sd}I_{sd0} + L_{md}I'_{f0}) + jL_{sq}I_{sq0}, \quad (3)$$

unde L_{sd} și L_{sq} desemnează inductanța sincronă longitudinală și, respectiv, inductanța sincronă transversală, iar L_{md} este inductanța ciclică mutuală de magnetizare longitudinală între înfășurarea de fază statorică și înfășurările rotorice, de excitație și (de amortizare) longitudinală în scurtcircuit (raportate la înfășurarea statorică);

– momentul cuplului rezultat de forțe electromagnetice rezistente dezvoltat de alternator (în regimul permanent sincron de funcționare în sarcină electrică trifazată echilibrată),

$$M_{em0} = (3/2)p[(L_{sd} - L_{sq})I_{sd0}I_{sq0} + L_{md}I'_{f0}I_{sq0}]. \quad (4)$$

În ipoteza variațiilor mici (cu simbolul–prefix ' Δ ') în jurul valorilor lor de regim permanent sincron de funcționare în sarcină electrică a alternatorului conectat la rețeaua electroenergetică de putere infinită, mărimile caracteristice ale alternatorului se exprimă prin:

$$\begin{aligned} u_{sd}(t) &= U_{sd0} + \Delta u_{sd}(t) = -\hat{U}_s \sin(\delta_0 + \Delta\delta(t)) \\ &= -\hat{U}_s (\sin \delta_0 \cos \Delta\delta(t) + \cos \delta_0 \sin \Delta\delta(t)) \\ &\cong -\hat{U}_s \sin \delta_0 - (\hat{U}_s \cos \delta_0) \Delta\delta(t) = U_{sd0} + U_{sq0} \Delta\delta(t), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} u_{sq}(t) &= U_{sq0} + \Delta u_{sq}(t) = -\hat{U}_s \cos(\delta_0 + \Delta\delta(t)) \\ &= -\hat{U}_s (\cos \delta_0 \cos \Delta\delta(t) - \sin \delta_0 \sin \Delta\delta(t)) \\ &\cong -\hat{U}_s \cos \delta_0 + (\hat{U}_s \sin \delta_0) \Delta\delta(t) = U_{sq0} - U_{sd0} \Delta\delta(t), \end{aligned} \quad (6)$$

unde s-a ținut seama că $\Delta u_{sd}(t)$ și $\Delta u_{sq}(t)$ sunt dependente numai de variațiile mici $\Delta\delta(t)$ ale unghiului electric intern (sau de sarcină), întrucât alternatorul este conectat la rețeaua electroenergetică de putere infinită (cu valoarea efectivă a tensiunii electrice de linie și pulsația (frecvența) constante în timp) și unde s-a aproximat, $\cos \Delta\delta(t) \cong 1$, $\sin \Delta\delta(t) \cong \Delta\delta(t)$, rezultând

$$\Delta u_{sd}(t) \cong U_{sq0} \Delta\delta(t), \quad \Delta u_{sq}(t) \cong -U_{sd0} \Delta\delta(t); \quad (7)$$

$$i_{sd}(t) = I_{sd0} + \Delta i_{sd}(t), \quad i_{sq}(t) = I_{sq0} + \Delta i_{sq}(t); \quad (8)$$

$$\psi_{sd}(t) = \Psi_{sd0} + \Delta \psi_{sd}(t), \quad \psi_{sq}(t) = \Psi_{sq0} + \Delta \psi_{sq}(t); \quad (9)$$

$$u'_f(t) = U'_{f0} + \Delta u'_f(t); \quad (10)$$

$$\omega(t) = \omega_s + \Delta \omega(t) = d\theta(t)/dt = d(\omega_s t + \delta_0 + \Delta \delta(t))/dt = \omega_s + d(\Delta \delta(t))/dt, \quad (11)$$

unde $\theta(t) = \omega_s t + \delta(t) = \omega_s t + \delta_0 + \Delta \delta(t)$ definește poziția unghiulară electrică rotorică instantanee, corespunzătoare variațiilor mici în jurul unui punct de regim permanent sincron de funcționare în sarcină a alternatorului;

$$m_{mec,ext}(t) = M_{mec,ext0} + \Delta m_{mec,ext}(t); \quad (12)$$

$$m_{em}(t) = M_{em0} + \Delta m_{em}(t). \quad (13)$$

Introducând expresiile (1)–(4) și funcțiile de timp (5)–(13) în ecuațiile diferențiale de tensiuni statorice d, q (scrise corespunzător dipolului sursă de energie electrică) și de mișcare (în care se neglijează momentul cuplului rezultat al forțelor de frecare vâscoasă), și eliminând ecuațiile de tensiuni electrice, precum și ecuația de echilibru al momentelor cuplurilor rezultante de forțe electromagnetice și mecanice la arborele alternatorului, în regimul permanent sincron de funcționare a alternatorului, se obține, în final, modelul dinamic Park liniarizat în variații mici ale mărimilor caracteristice ale alternatorului sincron trifazat (cu rotorul cu poli magnetici aparenti) conectat la rețeaua electroenergetică de putere infinită – în raport cu valorile lor de regim permanent sincron de funcționare în sarcină electrică a alternatorului:

$$-U_{sq0}\Delta\delta(t) = R_s\Delta i_{sd}(t) + \frac{d}{dt}\Delta\psi_{sd}(t) - \omega_s\Delta\psi_{sq}(t) - L_{sq}I_{sq0}\Delta\omega(t), \quad (14)$$

$$U_{sd0}\Delta\delta(t) = R_s\Delta i_{sq}(t) + \frac{d}{dt}\Delta\psi_{sq}(t) + \omega_s\Delta\psi_{sd}(t) + (L_{sd}I_{sd0} + L_{md}I'_{f0})\Delta\omega(t), \quad (15)$$

$$\frac{J}{p} \cdot \frac{d}{dt}\Delta\omega(t) = \Delta m_{mec,ext}(t) - \frac{3}{2}p \left[(L_{sd}I_{sd0} + L_{md}I'_{f0})\Delta i_{sq}(t) + I_{sq0}\Delta\psi_{sd}(t) - L_{sq}I_{sq0}\Delta i_{sd}(t) - I_{sd0}\Delta\psi_{sq}(t) \right], \quad (16)$$

unde s-au neglijat produsele de variații mici $\Delta\omega(t)\Delta\psi_{sd}(t)$, $\Delta\omega(t)\Delta\psi_{sq}(t)$, $\Delta i_{sd}(t)\Delta\psi_{sq}(t)$, $\Delta i_{sq}(t)\Delta\psi_{sd}(t)$, întrucât reprezintă înfiniți mici cu un ordin de mărime superior celui al factorilor ce desemnează variațiile mici respective.

Aplicând transformarea Laplace ecuațiilor diferențiale (14)–(16), cu condiții inițiale nule, rezultă sistemul algebric în complex:

$$-U_{sq0}\Delta\tilde{\delta}(s) = R_s\Delta\tilde{i}_{sd}(s) + s\Delta\tilde{\psi}_{sd}(s) - \omega_s\Delta\tilde{\psi}_{sq}(s) - L_{sq}I_{sq0}s\Delta\tilde{\delta}(s), \quad (17)$$

$$U_{sd0}\Delta\tilde{\delta}(s) = R_s\Delta\tilde{i}_{sq}(s) + s\Delta\tilde{\psi}_{sq}(s) + \omega_s\Delta\tilde{\psi}_{sd}(s) + (L_{sd}I_{sd0} + L_{md}I'_{f0})s\Delta\tilde{\delta}(s), \quad (18)$$

$$\frac{Js^2}{p}\Delta\tilde{\delta}(s) = \Delta\tilde{m}_{mec,ext}(s) - \frac{3}{2}p \left[(L_{sd}I_{sd0} + L_{md}I'_{f0})\Delta\tilde{i}_{sq}(s) + I_{sq0}\Delta\tilde{\psi}_{sd}(s) - L_{sq}I_{sq0}\Delta\tilde{i}_{sd}(s) - I_{sd0}\Delta\tilde{\psi}_{sq}(s) \right], \quad (19)$$

unde s-a introdus transformata Laplace, $\Delta\tilde{\omega}(s) = s\Delta\tilde{\delta}(s)$, a relației $\Delta\omega(t) = d(\Delta\delta(t))/dt$.

Ținând seama de expresiile imaginilor Laplace ale variațiilor mici, $\Delta\tilde{\psi}_{sd}(s)$ și $\Delta\tilde{\psi}_{sq}(s)$,

$$\Delta \tilde{\psi}_{sd}(s) = L_{sd}(s) \Delta \tilde{i}_{sd}(s) + G_f(s) \Delta \tilde{u}'_f(s), \quad (G_f(s) = \left. \frac{\Delta \tilde{\psi}_{sd}(s)}{\Delta \tilde{u}'_f(s)} \right|_{\Delta \tilde{i}_{sd}(s)=0}), \quad (20)$$

$$\Delta \tilde{\psi}_{sq}(s) = L_{sq}(s) \Delta \tilde{i}_{sq}(s), \quad (21)$$

($L_{sd}(s)$ și $L_{sq}(s)$ fiind inductanțele sincrone operaționale), se obține:

$$(-U_{sq0} + sL_{sq}I_{sq0})\Delta \tilde{\delta}(s) - sG_f(s)\Delta \tilde{u}'_f(s) = (R_s + sL_{sd}(s))\Delta \tilde{i}_{sd}(s) - \omega_s L_{sq}(s)\Delta \tilde{i}_{sq}(s), \quad (22)$$

$$[U_{sd0} - s(L_{sd}I_{sd0} + L_{md}I'_{f0})]\Delta \tilde{\delta}(s) - \omega_s G_f(s)\Delta \tilde{u}'_f(s) = \omega_s L_{sd}(s)\Delta \tilde{i}_{sd}(s) + (R_s + sL_{sq}(s))\Delta \tilde{i}_{sq}(s), \quad (23)$$

$$\frac{J}{p}s^2\Delta \tilde{\delta}(s) = -\frac{3}{2}p\left([(L_{sd}I_{sd0} + L_{md}I'_{f0}) - I_{sd0}L_{sq}(s)]\Delta \tilde{i}_{sq}(s) + [I_{sq0}L_{sd}(s) - L_{sq}I_{sq0}]\Delta \tilde{i}_{sd}(s) + I_{sq0}G_f(s)\Delta \tilde{u}'_f(s)\right) + \Delta \tilde{m}_{mec,ext}(s). \quad (24)$$

Considerând $\Delta \tilde{\delta}(s)$ și $\Delta \tilde{u}'_f(s)$ ca variabile independente, se rezolvă ecuațiile algebrice liniare în complex (22)–(24) în raport cu necunoscutele $\Delta \tilde{i}_{sd}(s)$ și $\Delta \tilde{i}_{sq}(s)$:

$$\Delta \tilde{i}_{sd}(s) = [F_{\Delta\delta}(s)\Delta \tilde{\delta}(s) + F_{\Delta u'_f}(s)\Delta \tilde{u}'_f(s)] / N(s), \quad (25)$$

$$\Delta \tilde{i}_{sq}(s) = [\Gamma_{\Delta\delta}(s)\Delta \tilde{\delta}(s) + \Gamma_{\Delta u'_f}(s)\Delta \tilde{u}'_f(s)] / N(s), \quad (26)$$

unde s-a notat

$$F_{\Delta\delta}(s) = (R_s + sL_{sq}(s))(-U_{sq0} + sL_{sq}I_{sq0}) + [U_{sd0} - s(L_{sd}I_{sd0} + L_{md}I'_{f0})]\omega_s L_{sq}(s), \quad (27)$$

$$F_{\Delta u'_f}(s) = -G_f(s)\left[s(R_s + sL_{sq}(s)) + \omega_s^2 L_{sq}(s)\right], \quad (28)$$

$$N(s) = (R_s + sL_{sd}(s))(R_s + sL_{sq}(s)) + \omega_s^2 L_{sd}(s)L_{sq}(s), \quad (29)$$

$$\Gamma_{\Delta\delta}(s) = (R_s + sL_{sd}(s))[U_{sd0} - s(L_{sd}I_{sd0} + L_{md}I'_{f0})] + (U_{sq0} - sL_{sq}I_{sq0})\omega_s L_{sd}(s), \quad (30)$$

$$\Gamma_{\Delta u'_f}(s) = -R_s\omega_s G_f(s) \quad (31)$$

Prin introducerea expresiilor (25)–(26) în ecuația algebrică liniară în complex (24) ce descrie mișcarea rotorului și arborelui alternatorului în procesul tranzitoriu electromecanic – la mici variații $\Delta \tilde{\delta}(s)$, $\Delta \tilde{m}_{mec,ext}(s)$, $\Delta \tilde{u}'_f(s)$, în jurul unui punct de regim permanent sincron de funcționare în sarcină electrică a alternatorului – rezultă:

$$[(J/p)s^2 - H_{\Delta\delta}(s)]\Delta \tilde{\delta}(s) = H_{\Delta u'_f}(s)\Delta \tilde{u}'_f(s) + \Delta \tilde{m}_{mec,ext}(s), \quad (32)$$

unde

$$H_{\Delta\delta}(s) = (3/2)p\left([I_{sd0}L_{sq}(s) - (L_{sd}I_{sd0} + L_{md}I'_{f0})]\Gamma_{\Delta\delta}(s) / N(s) + [L_{sq}I_{sq0} - I_{sq0}L_{sd}(s)]F_{\Delta\delta}(s) / N(s)\right), \quad (33)$$

$$H_{\Delta u'_f}(s) = (3/2)p\left([I_{sd0}L_{sq}(s) - (L_{sd}I_{sd0} + L_{md}I'_{f0})]\Gamma_{\Delta u'_f}(s) / N(s) + [L_{sq}I_{sq0} - I_{sq0}L_{sd}(s)]F_{\Delta u'_f}(s) / N(s) - I_{sq0}G_f(s)\right). \quad (34)$$

Ecuația algebrică liniară în complex permite definirea funcțiilor de transfer incrementale ale alternatorului sincron trifazat (cu rotorul cu poli magnetici aparenti), având, ca mărime

de intrare, $\Delta\tilde{m}_{mec,ext}(s)$, iar ca mărime de ieșire, $\Delta\tilde{\delta}(s)$, respectiv, $\Delta\tilde{\omega}(s) = s\Delta\tilde{\delta}(s)$, la tensiune continuă de excitație rotorică menținută constantă în timp:

$$\left. \frac{\Delta\tilde{\delta}(s)}{\Delta\tilde{m}_{mec,ext}(s)} \right|_{\Delta\tilde{u}'_f(s)=0} = \frac{1}{(J/p)s^2 - H_{\Delta\delta}(s)}, \quad (35)$$

$$\left. \frac{\Delta\tilde{\omega}(s)}{\Delta\tilde{m}_{mec,ext}(s)} \right|_{\Delta\tilde{u}'_f(s)=0} = \frac{s}{(J/p)s^2 - H_{\Delta\delta}(s)}. \quad (36)$$

2. STUDIUL ANALITIC AL PROCESULUI TRANZITORIU ELECTROMECHANIC PROVOCAT DE CREȘTEREA BRUSCĂ (ÎN TREAPTĂ MICĂ) A MOMENTULUI CUPLULUI REZULTANT DE FORȚE MECANICE ACTIVE LA ARBORELE ALTERNATORULUI SINCRON TRIFAZAT

Se consideră un alternator sincron trifazat (cu rotorul cu poli magnetici aparenti), având (i) înfășurare indusă statorică (reală) trifazată conectată în stea (cu punctul neutru al stelei izolat), echivalentă cu o înfășurare statorică (virtuală) bifazată dispusă în axele (rotorice) longitudinală și transversală, ai cărei parametri de circuit electric sunt R_s , $L_{sd} = L_{\sigma s} + L_{md}$ și $L_{sq} = L_{\sigma s} + L_{mq}$;

(ii) înfășurare rotorică de excitație (dispusă în axa longitudinală) cu parametrii de circuit electric (raportați la înfășurarea statorică de fază) $R'_f, L'_f = L'_{\sigma f} + L_{md}$; (iii) înfășurare rotorică de amortizare (tip colivie simplă) în scurtcircuit, echivalentă cu două înfășurări în scurtcircuit, una dispusă în axa longitudinală, cu parametrii de circuit electric (raportați la înfășurarea statorică de fază) $R'_D, L'_D = L'_{\sigma D} + L_{md}$, cealaltă dispusă în axa transversală, cu parametrii de circuit electric (raportați la înfășurarea statorică de fază) $R'_Q, L'_Q = L'_{\sigma Q} + L_{mq}$.

Alternatorul, având circuitul electric al înfășurării trifazate statorice conectat direct (cu neglijarea impedanței echivalente a liniei de transport) la o rețea electroenergetică de putere infinită și circuitul electric al înfășurării rotorice de excitație, alimentat la tensiunea continuă U'_{f0} (raportată la înfășurarea de fază statorică și menținută constantă în timp) și parcurs de curentul continuu de intensitate I'_{f0} (raportată la înfășurarea de fază statorică), se află în regim permanent sincron de funcționare în sarcină electrică (trifazată echilibrată) și în mișcare de rotație uniformă cu viteza unghiulară electrică rotorică sincronă (aceeași cu pulsația tensiunii electrice a rețelei electroenergetice de putere infinită la care este conectat alternatorul).

Momentul cuplului rezultat de forțe mecanice active al motorului primar de antrenare cuplat rigid la arborele alternatorului are valoarea scalară (pozitivă), $M_{mec,ext0}$, egală și de semn contrar cu valoarea scalară (negativă), M_{em0} , a momentului cuplului de forțe electromagnetice rezistente dezvoltat de alternator, în regim permanent sincron de funcționare în sarcină electrică trifazată echilibrată.

În condițiile inițiale precizate, se aplică brusc, la momentul de timp $t=0$, o treaptă (mică) $\Delta M_{mec,ext}$ de creștere a valorii scalare $M_{mec,ext0}$ a momentului cuplului rezultat de forțe mecanice active la arborele alternatorului și, ca urmare, un proces tranzitoriu electromechanic survine în alternatorul sincron trifazat, pentru caracterizarea căruia este necesară determinarea formei explicite a funcțiilor de transfer incrementale (35) și (36).

În acest scop, se dezvoltă, mai întâi, expresia funcției raționale complexe (33):

$$H_{\Delta\delta}(s) \cong (3/2)p(A_1(s) + A_2(s) + A_3(s)), \quad (37)$$

unde

$$A_1(s) \cong - \left(I_{sd0} (L_{sd} I_{sd0} + L_{md} I'_{f0}) \frac{(s^2 + b_1 s + b_0)}{s^2 + s(2/T_{s,sc}) + \omega_s^2} + I_{sq0}^2 L_{sq} \frac{(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^2 + s(2/T_{s,sc}) + \omega_s^2} \right), \quad (38)$$

$$A_2(s) \cong \frac{(L_{sq} I_{sq0})^2 (s^2 + a_1 s + a_0)}{L_{sd}(s) [s^2 + s(2/T_{s,sc}) + \omega_s^2]} \cong \frac{(L_{sq} I_{sq0})^2}{L_{sd}''} \cdot \frac{(s+1/T_f)(s+1/\sigma_{fd} T_D)(s^2 + a_1 s + a_0)}{(s+1/T_d')(s+1/T_d'') [s^2 + s(2/T_{s,sc}) + \omega_s^2]}, \quad (39)$$

$$A_3(s) \cong \frac{L_{sd}(s) (L_{sd} I_{sd0} + L_{md} I'_{f0})^2 (s^2 + b_1 s + b_0)}{L_{sd}(s) L_{sq}(s) [s^2 + s(2/T_{s,sc}) + \omega_s^2]} \\ \cong \frac{(L_{sd} I_{sd0} + L_{md} I'_{f0})^2}{L_{sq}''} \cdot \frac{(s+1/T_Q)(s^2 + b_1 s + b_0)}{(s+1/T_q'') [s^2 + s(2/T_{s,sc}) + \omega_s^2]}; \quad (40)$$

$$a_1 = R_s / L_{sq}'' - [U_{sq0} + (L_{sd} I_{sd0} + L_{md} I'_{f0}) \omega_s] / L_{sq} I_{sq0}, \quad a_0 = (U_{sd0} \omega_s - U_{sq0} R_s / L_{sq}'') / L_{sq} I_{sq0}; \quad (41)$$

$$b_1 = R_s / L_{sd}'' + (L_{sq} I_{sq0} \omega_s - U_{sd0}) / (L_{sd} I_{sd0} + L_{md} I'_{f0}),$$

$$b_0 = -(U_{sd0} R_s / L_{sd}'' + U_{sq0} \omega_s) / (L_{sd} I_{sd0} + L_{md} I'_{f0}); \quad (42)$$

și unde s-au introdus aproximațiile, $R_s / L_{sd}(s) \cong R_s / L_{sd}''$, $R_s / L_{sq}(s) \cong R_s / L_{sq}''$ (L_{sd}'' și L_{sq}'' desemnând inductanțele sincrone subtranzitorii, longitudinală și, respectiv, transversală), precum și definițiile constantelor de timp, $T_{s,sc} = 2 / (1/L_{sd}'' + 1/L_{sq}'') R_s$, $T_f = L'_f / R'_f$, $T_D = L'_D / R'_D$, $T_Q = L'_Q / R'_Q$, $\sigma_{fd} T_D = (1 - L_{md}^2 / L'_f L'_D) L'_D / R'_D$, $\sigma_{sd,f} T_f = (1 - L_{md}^2 / L_{sd} L'_f) L'_f / R'_f = T'_d$, $L_{sd}'' \sigma_{fd} T_D / \sigma_{sd,f} L_{sd} = T_d''$, $(L_{sq}'' / L_{sq}) T_Q = T_q''$.

Substituind expresia (37) a funcției raționale complexe $H_{\Delta\delta}(s)$ în relația (35), rezultă

$$\frac{\Delta\tilde{\delta}(s)}{\Delta\tilde{m}_{mec,ext}(s)} \bigg|_{\Delta\tilde{u}'f(s)=0} = \frac{1}{(J/p)s^2 - H_{\Delta\delta}(s)} \cong \frac{p}{J} \cdot \frac{1}{s^2 - (3p^2/2J)(A_1(s) + A_2(s) + A_3(s))} \\ = \frac{p}{J} \cdot \frac{s^5 + h_4 s^4 + h_3 s^3 + h_2 s^2 + h_1 s + h_0}{C_1(s) + k_2 C_2(s) + k_3 C_3(s) + k_4 C_4(s) + k_5 C_5(s)}, \quad (43)$$

unde s-a notat

$$h_4 = 2/T_{s,sc} + 1/T_d' + 1/T_d'' + 1/T_q'', \quad (44)$$

$$h_3 = (2/T_{s,sc})(1/T_d' + 1/T_d'' + 1/T_q'') + 1/T_d' T_d'' + 1/T_d' T_q'' + 1/T_d'' T_q'' + \omega_s^2, \quad (45)$$

$$h_2 = (2/T_{s,sc})(1/T_d' T_d'' + 1/T_d' T_q'' + 1/T_d'' T_q'') + \omega_s^2 (1/T_d' + 1/T_d'' + 1/T_q'') + 1/T_d' T_d'' T_q'', \quad (46)$$

$$h_1 = \omega_s^2 (1/T_d' T_d'' + 1/T_d' T_q'' + 1/T_d'' T_q'') + 2/T_{s,sc} T_d' T_d'' T_q'', \quad (47)$$

$$h_0 = \omega_s^2 / T_d' T_d'' T_q''; \quad (48)$$

$$C_1(s) \cong s^2 (s^5 + h_4 s^4 + h_3 s^3 + h_2 s^2 + h_1 s + h_0), \quad (49)$$

$$C_2(s) \cong (s+1/T'_d)(s+1/T''_d)(s+1/T_Q)(s^2+b_1s+b_0), \quad k_2 \cong (3p^2/2J)I_{sd0}(L_{sd}I_{sd0}+L_{md}I'_{f0}), \quad (50)$$

$$C_3(s) \cong (s+1/T'_d)(s+1/T''_d)(s+1/T''_q)(s^2+a_1s+a_0), \quad k_3 \cong (3p^2/2J)I_{sq0}^2L_{sq}, \quad (51)$$

$$C_4(s) \cong (s+1/T_f)(s+1/\sigma_{fD}T_D)(s+1/T''_q)(s^2+a_1s+a_0), \quad k_4 \cong -(3p^2/2J)(L_{sq}I_{sq0})^2/L''_{sd}, \quad (52)$$

$$C_5(s) \cong (s+1/T'_d)(s+1/T''_d)(s+1/T_Q)(s^2+b_1s+b_0), \quad k_5 \cong -(3p^2/2J)(L_{sd}I_{sd0}+L_{md}I'_{f0})^2/L''_{sq}. \quad (53)$$

Polinomul de variabilă complexă s , unitar, de grad șapte, de la numitorul funcției raționale complexe (43) – notat prin $P_7(s)$ – se scrie în forma factorizată,

$$P_7(s) = C_1(s) + k_2C_2(s) + k_3C_3(s) + k_4C_4(s) + k_5C_5(s) = s^7 + c_6s^6 + c_5s^5 + c_4s^4 + c_3s^3 + c_2s^2 + c_1s + c_0 \\ = (s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)(s-s_4)(s-s_5)(s-s_6)(s-s_7), \quad (54)$$

ce evidențiază rădăcinile sale (reale și complexe conjugate) s_k , $k=1,...,7$, a căror identificare comportă algoritmi specializați de aproximare numerică.

Din relația (54), rezultă că polinomul $P_7(s)$ și rădăcinile sale reprezintă polinomul caracteristic și, respectiv, polii funcțiilor de transfer incrementale definite prin expresiile (35) și (36),

$$\left. \frac{\Delta\tilde{\delta}(s)}{\Delta\tilde{m}_{mec,ext}(s)} \right|_{\Delta\tilde{u}'f(s)=0} = \frac{1}{(J/p)s^2 - H_{\Delta\delta}(s)} \cong \frac{p}{J} \cdot \frac{s^5 + h_4s^4 + h_3s^3 + h_2s^2 + h_1s + h_0}{(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)(s-s_4)(s-s_5)(s-s_6)(s-s_7)}, \quad (55)$$

$$\left. \frac{\Delta\tilde{\omega}(s)}{\Delta\tilde{m}_{mec,ext}(s)} \right|_{\Delta\tilde{u}'f(s)=0} = \frac{s}{(J/p)s^2 - H_{\Delta\delta}(s)} \cong \frac{p}{J} \cdot \frac{s(s^5 + h_4s^4 + h_3s^3 + h_2s^2 + h_1s + h_0)}{(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)(s-s_4)(s-s_5)(s-s_6)(s-s_7)}. \quad (56)$$

Din expresiile (55) și (56) ale funcțiilor de transfer incrementale ce caracterizează procesul tranzitoriu electromecanic din alternatorul sincron trifazat, provocat de aplicarea bruscă, la momentul de timp $t=0$, a treptei (mici) $\Delta M_{mec,ext}$ de creștere a valorii scalare $M_{mec,ext0}$ a momentului cuplului rezultat de forțe mecanice active la arborele alternatorului (propriei regimului permanent sincron de funcționare inițială în sarcină electrică (trifazată echilibrată) a alternatorului), se obțin imaginile Laplace ale variațiilor incrementale tranzitorii ale unghiului electric intern al alternatorului și vitezei unghiulare electrice (de rotație) a rotorului și arborelui acestuia,

$$\Delta\tilde{\delta}(s) \Big|_{\Delta\tilde{u}'f(s)=0} \cong \frac{p}{J} \Delta M_{mec,ext} \frac{s^5 + h_4s^4 + h_3s^3 + h_2s^2 + h_1s + h_0}{s(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)(s-s_4)(s-s_5)(s-s_6)(s-s_7)} = \frac{p}{J} \Delta M_{mec,ext} \frac{Q_5(s)}{sP_7(s)}, \quad (57)$$

unde s-a introdus $\Delta\tilde{m}_{mec,ext}(s) = \Delta M_{mec,ext} / s$ și s-a notat $Q_5(s) = s^5 + h_4s^4 + h_3s^3 + h_2s^2 + h_1s + h_0$,

$$\Delta\tilde{\omega}(s) \Big|_{\Delta\tilde{u}'f(s)=0} \cong \frac{p}{J} \Delta M_{mec,ext} \frac{s^5 + h_4s^4 + h_3s^3 + h_2s^2 + h_1s + h_0}{(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)(s-s_4)(s-s_5)(s-s_6)(s-s_7)} = \frac{p}{J} \Delta M_{mec,ext} \frac{Q_5(s)}{P_7(s)}, \quad (58)$$

Prin aplicarea transformării Laplace inverse funcției raționale complexe (57), respectiv, (58), rezultă evoluția temporală a variației incrementale tranzitorii $\Delta\delta(t)$ a unghiului electric intern al alternatorului sincron trifazat – în raport cu valoarea sa inițială, δ_0 , din regimul

permanent sincron de funcționare inițială în sarcină electrică a alternatorului conectat la rețeaua electroenergetică de putere infinită:

$$\Delta\delta(t) \cong \frac{p}{J} \Delta M_{mec,ext} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{Q_5(s)}{sP_7(s)} \right\} = \frac{p}{J} \Delta M_{mec,ext} \left(\frac{Q_5(0)}{P_7(0)} + \sum_{k=1}^7 \frac{Q_5(s_k)}{s_k [dP_7(s)/ds]_{s=s_k}} e^{s_k t} \right), \quad (59)$$

respectiv, evoluția în timp a variației incrementale tranzitorii $\Delta\omega(t)$ a vitezei unghiulare electrice (de rotație) rotorice a alternatorului sincron trifazat – în raport cu valoarea sa sincronă ω_s (aceeași cu pulsația tensiunii electrice a rețelei electroenergetice de putere infinită la care este conectat alternatorul) din regimul permanent sincron de funcționare inițială în sarcină electrică a alternatorului,

$$\Delta\omega(t) \cong \frac{p}{J} \Delta M_{mec,ext} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{Q_5(s)}{P_7(s)} \right\} = \frac{p}{J} \Delta M_{mec,ext} \sum_{k=1}^7 \frac{Q_5(s_k)}{[dP_7(s)/ds]_{s=s_k}} e^{s_k t}. \quad (60)$$

3. REZULTATE NUMERICE ALE STUDIULUI DE CAZ

Se consideră un alternator sincron trifazat cu rotorul cu poli magnetici aparenti, având: puterea electrică aparentă nominală $S_N = 71,5$ [MVA]; numărul de perechi de poli magnetici $p = 24$; tensiunea electrică de linie și frecvența statorice fixate prin valorile constante ale tensiunii electrice de linie $U = 13,8$ [kV] și frecvenței $f = 50$ [Hz] ale rețelei electroenergetice de putere infinită la care alternatorul este conectat direct; înfășurările de fază statorice conectate în stea (cu punctul neutru al steei izolat) și cu parametrii de circuit electric,

$$R_s = 0,0125 [\Omega], L_{\sigma s} = 1,06 [\text{mH}], L_{md} = 19,36 [\text{mH}], L_{mq} = 12,86 [\text{mH}];$$

înfășurarea rotorică de excitație cu parametrii de circuit electric, raportați la înfășurarea de fază statorică, prin multiplicare cu $k_{Rf} = k_{Lf} = 0,0272$,

$$R'_f = k_{Rf} R_f = 0,0272 \cdot 0,228 = 0,0062 [\Omega], L'_{\sigma f} = k_{Lf} L_{\sigma f} = 0,0272 \cdot 74,63 = 2,03 [\text{mH}];$$

înfășurarea rotorică de amortizare (tip colivie simplă) în scurtcircuit, echivalată cu o înfășurare rotorică de amortizare longitudinală în scurtcircuit cu parametrii de circuit electric (raportați la înfășurarea de fază statorică),

$$R'_D = 0,164 [\Omega], L'_{\sigma D} = 1,46 [\text{mH}],$$

și o înfășurare rotorică de amortizare transversală în scurtcircuit cu parametrii de circuit electric (raportați la înfășurarea de fază statorică),

$$R'_Q = 0,18 [\Omega], L'_{\sigma Q} = 1,04 [\text{mH}];$$

constantele de timp, conform specificațiilor alternatorului,

$$T_f = 3,45 [\text{s}], T'_d = 0,49 [\text{s}], T_D = 0,127 [\text{s}], \sigma_{pD} T_D = 0,02 [\text{s}], T_Q = 0,077 [\text{s}],$$

$$T''_d = 0,013 [\text{s}], T''_q = 0,011 [\text{s}], T_{s,sc} = 0,155 [\text{s}].$$

Alternatorul conectat direct la rețeaua electroenergetică de putere infinită se află, inițial, în mișcare de rotație uniformă (în sens trigonometric direct) cu viteza unghiulară electrică rotorică sincronă $\omega_s = 2\pi f = 314$ [rad el./s] – egală cu pulsația rețelei electroenergetice de putere infinită și a mărimilor electrice de fază statorice – și în regim permanent sincron de funcționare în sarcină electrică trifazată echilibrată, caracterizat prin: factorul de putere $\cos\varphi = 0,85$ ($\varphi = 31,8^\circ$); unghiul electric intern (sau de sarcină), $\delta_0 = 29^\circ$ ($\delta_0 = 0,506$ [rad el.]); mărimile de circuit electric ale înfășurărilor statorice (virtuale) din axele d, q ,

$$\begin{aligned}
U_{sd0} &= -\sqrt{2}(U / \sqrt{3}) \sin \delta_0 = -\sqrt{2}(13800 / \sqrt{3}) \sin 29^\circ = -5464,81 \text{ [V]}, \\
U_{sq0} &= -\sqrt{2}(U / \sqrt{3}) \cos \delta_0 = -\sqrt{2}(13800 / \sqrt{3}) \cos 29^\circ = -9847,92 \text{ [V]}; \\
I_{sd0} &= -\sqrt{2}I \sin(\delta_0 + \varphi) = -\sqrt{2} \cdot 1819 \sin(29^\circ + 31,8^\circ) = -2245,75 \text{ [A]}, \\
I_{sq0} &= -\sqrt{2}I \cos(\delta_0 + \varphi) = -\sqrt{2} \cdot 1819 \cos(29^\circ + 31,8^\circ) = -1255,35 \text{ [A]};
\end{aligned}$$

și, respectiv, ale înfășurării rotorice de excitație (raportate la înfășurarea de fază statorică),

$$\begin{aligned}
I'_{f0} &= -(U_{sq0} + R_s I_{sq0} + \omega_s L_{sd} I_{sd0}) / \omega_s L_{md} = \sqrt{2}(17156,61 / 6,079) = 3991,3 \text{ [A]}, \\
U'_{f0} &= R'_f I'_{f0} = 0,0062 \cdot 3991,3 = 24,75 \text{ [V]};
\end{aligned}$$

valoarea scalară (pozitivă) a momentului cuplului rezultat de forțe mecanice active al motorului primar de antrenare (turbinei) la arborele alternatorului,

$$\begin{aligned}
M_{mec,ext0} &= |M_{em0}| = (3/2)p [(L_{sd} - L_{sq})I_{sd0} + L_{md}I'_{f0}]I_{sq0} = 36 \cdot |-78678,048| \\
&= 2832409,73 \text{ [Nm]} = 2832,41 \text{ [kNm]},
\end{aligned}$$

precum și, momentul de inerție al grupului motor primar de antrenare (turbină) – alternator sincron trifazat, $J = 11,75 \cdot 10^6 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$.

În condițiile inițiale date, se aplică brusc, la momentul de timp $t=0$, o treaptă (mică) $\Delta M_{mec,ext} = 200 \text{ [kNm]}$ de creștere în raport cu valoarea scalară, $M_{mec,ext0} = 2832,41 \text{ [kNm]}$, a momentului cuplului rezultat de forțe mecanice active la arborele alternatorului și, ca urmare, survine în alternator un proces tranzitoriu electromecanic, pentru caracterizarea căruia se transcrie numeric expresia (59) a funcției de timp $\Delta\delta(t)$; în acest scop, se obțin, mai întâi, formele numerice ale polinoamelor $Q_5(s)$ și $P_7(s)$,

$$\begin{aligned}
Q_5(s) &= s^5 + 182,76s^4 + 108122,714s^3 + 16856416,21s^2 + 723436932,1s + 1406347425 \\
P_7(s) &= s^7 + 182,76s^6 + 108071,22s^5 + 16850900,45s^4 + 718234745,1s^3 \\
&\quad + 907216744,7s^2 - 8927595167s - 7664564615
\end{aligned}$$

și se determină rădăcinile polinomului $P_7(s)$, utilizând algoritmul de aproximare dezvoltat în Mathcad 15.0,

$$s_1 \cong -0,834, s_2 \cong -4,055, s_3 \cong -76,942, s_4 \cong -91,305, s_5 \cong 3,273, s_{6,7} \cong -6,449 \pm j313,934.$$

Rezultă, în final, expresia numerică a variației incrementale tranzitorii $\Delta\delta(t)$ a unghiului electric intern al alternatorului sincron trifazat – în raport cu valoarea inițială, δ_0 , de regim permanent de funcționare în sarcină electrică (trifazată echilibrată) a alternatorului conectat la rețeaua electroenergetică de putere infinită:

$$\begin{aligned}
\Delta\delta(t) &\cong 0,408 \left(-0,183 + 0,109e^{-0,834t} + 0,02e^{-4,055t} - 0,13 \cdot 10^{-6} e^{-76,942t} + 0,637 \cdot 10^{-6} e^{-91,305t} \right. \\
&\quad \left. + 53,708 \cdot 10^{-3} e^{3,273t} - (5,646 \cdot 10^{-12} - j3,166 \cdot 10^{-11}) e^{(-6,449 + j313,934)t} \right. \\
&\quad \left. - (5,646 \cdot 10^{-12} + j3,166 \cdot 10^{-11}) e^{(-6,449 - j313,934)t} \right), \tag{61}
\end{aligned}$$

Se constată, din analiza expresiei numerice (61), că funcția de timp $\Delta\delta(t)$ conține, în acest caz, șase componente aditive: (i) patru funcții aperiodice, amortizate exponențial cu constantele de timp,

$-1/s_1 \cong 1/0,834 = 1,199 \text{ [s]} , \quad -1/s_2 \cong 1/4,055 = 0,247 \text{ [s]} ,$
 $-1/s_3 \cong 1/76,942 = 0,013 \text{ [s]} = T_d'' , \quad -1/s_4 \cong 1/91,305 = 0,011 \text{ [s]} = T_q'' ;$
 (ii) o funcție pseudoarmonică, având amplitudinea descrescătoare exponențial cu constanta de timp, $-1/\Re\{\underline{s}_6\} \cong 1/6,449 = 0,155 \text{ [s]} = T_{s,sc}$, și pseudopulsăția

$$\Im\{\underline{s}_6\} \cong 313,934 \text{ [rad el./s]} \cong 314 \text{ [rad el./s]} = \omega_s ;$$

(iii) o funcție exponențială $e^{3,273t}$, a cărei valoare crește nelimitat în timp.

În Fig.1, este reprezentată grafic funcția de timp $\delta(t) = \delta_0 + \Delta\delta(t) = 0,506 + \Delta\delta(t)$ (cu $\Delta\delta(t)$ având expresia numerică (61)). Se verifică, fie direct, utilizând expresia numerică (61), fie cu ajutorul graficului din Fig.1, valoarea inițială, $\delta(t=0) = \delta_0 + \Delta\delta(t=0) = 0,506 + 0 = 0,506 \text{ [rad el.]}$ a unghiului electric intern, în condițiile precizate de regim permanent sincron de funcționare a alternatorului, anterior declanșării procesului tranzitoriu electromecanic. De asemenea, analiza cronogramei din Fig.1 relevă că unghiul electric intern al alternatorului nu se modifică semnificativ într-un răstimp scurt de aproximativ 0,1 [s], de la începutul procesului tranzitoriu electromecanic – ca efect imediat al acțiunii înfășurărilor rotorice echivalente de amortizare în scurtcircuit, din axele d și q , prin funcțiile exponențiale amortizate cu constantele de timp T_d'' , T_q'' , $T_{s,sc}$ – pentru ca, după un interval de timp de 1,2 [s] de la declanșarea procesului tranzitoriu electromecanic, să crească nelimitat peste valoarea-limită de 1,57 [rad el.] (90 [grd. el.]), datorită funcției exponențiale $e^{3,273t}$ cu $3,273 > 0$, determinând intrarea în zonă de instabilitate a alternatorului sincron trifazat și pierderea sincronismului cu rețeaua electroenergetică de putere infinită la care este conectat – corespunzător condițiilor inițiale specificate de funcționare în regim permanent sincron a alternatorului și caracteristicilor sale electromagnetice și mecanice.

Analog, se transcrie numeric expresia variației incrementale tranzitorii $\Delta\omega(t)$ a vitezei unghiulare electrice (de rotație) rotorice, în raport cu valoarea sa sincronă ω_s din regimul permanent sincron de funcționare inițială a alternatorului în sarcină electrică trifazată echilibrată,

$$\Delta\omega(t) \cong 0,408 \cdot \left[-0,09 e^{-0,834t} - 0,081 e^{-4,055t} + 10^{-5} e^{-76,942t} - 5,816 \cdot 10^{-5} e^{-91,305t} + 0,176 e^{3,273t} \right. \\ \left. + (-9,903 \cdot 10^{-9} - j1,977 \cdot 10^{-9}) e^{(-6,449 + j313,934)t} + (-9,903 \cdot 10^{-9} + j1,977 \cdot 10^{-9}) e^{(-6,449 - j313,934)t} \right]. \quad (62)$$

Din analiza expresiei numerice (62), se constată că funcția de timp $\Delta\omega(t)$ evidențiază tipuri de componente aditive identice cu cele conținute în expresia numerică (61) a funcției $\Delta\delta(t)$.

În Fig.2, este reprezentată grafic funcția de timp, $\omega(t) = \omega_s + \Delta\omega(t) = 314 + \Delta\omega(t)$ (cu $\Delta\omega(t)$ având expresia numerică (62)), a vitezei unghiulare electrice (de rotație) rotorice a alternatorului, în procesul tranzitoriu electromecanic considerat.

Se verifică, fie direct, utilizând expresia numerică (62), fie cu ajutorul graficului din Fig.2, valoarea sincronă ω_s inițială, $\omega(t=0) = \omega_s + \Delta\omega(t=0) = 314 + 0 = 314 \text{ [rad el./s]}$, a vitezei unghiulare electrice (de rotație) rotorice a alternatorului sincron trifazat, în condițiile precizate de regim permanent sincron de funcționare, anterior declanșării procesului tranzitoriu electromecanic. De asemenea, din analiza cronogramei din Fig.2 se constată că viteza unghiulară electrică (de rotație) rotorice nu se modifică semnificativ într-un răstimp scurt de la începutul

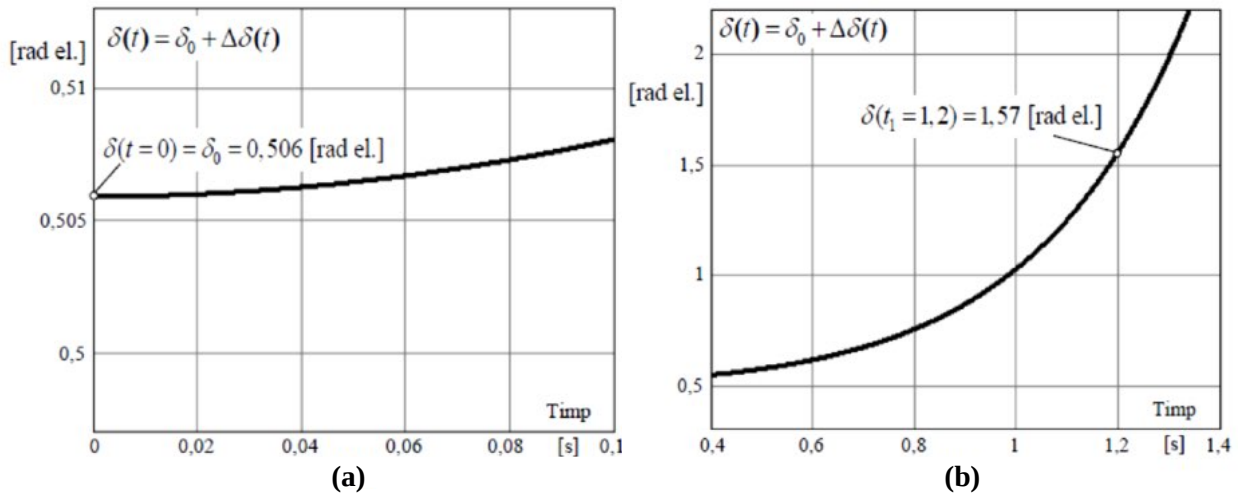


Fig. 1 – Cronograma unghiului electric intern (sau de sarcină) $\delta(t) = \delta_0 + \Delta\delta(t)$ al alternatorului sincron trifazat (cu rotor cu poli magnetici aparenti), la începutul (a), respectiv, la sfârșitul (b), procesului tranzitoriu electromecanic provocat de creșterea bruscă în treaptă (mică) a momentului cuplului rezultat de forțe mecanice active aplicat de motorul primar de antrenare (turbina) la arborele alternatorului conectat la rețeaua electroenergetică de putere infinită și aflat, inițial, în regim permanent sincron de funcționare în sarcină electrică trifazată echilibrată.

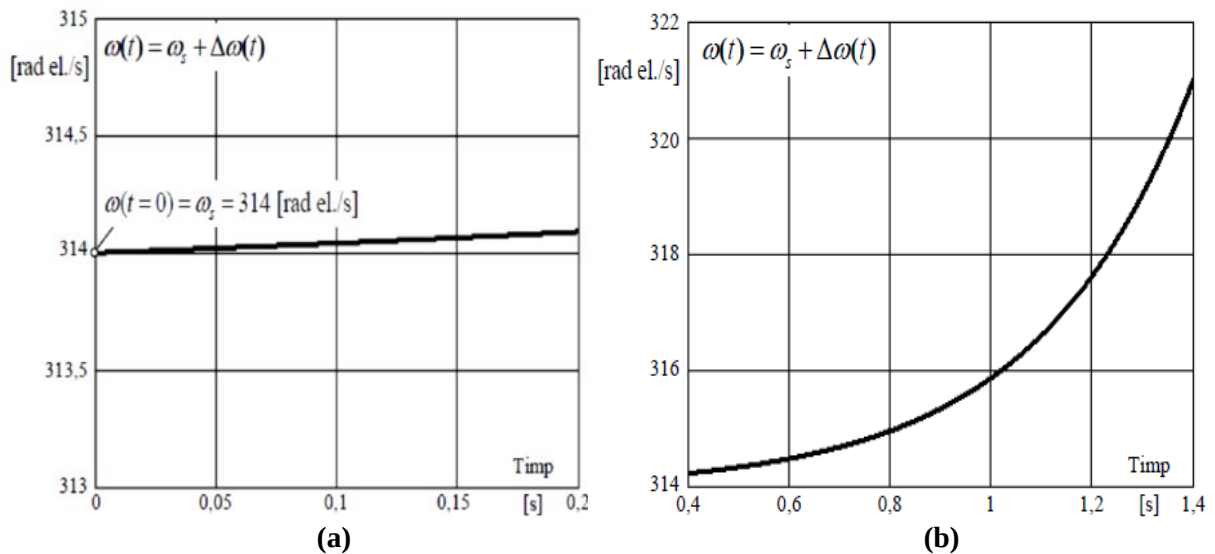


Fig. 2 – Cronograma vitezei unghiulare electrice (de rotație) $\omega(t) = \omega_s + \Delta\omega(t)$ a rotorului și arborelui alternatorului sincron trifazat (cu rotor cu poli magnetici aparenti), la începutul (a), respectiv, la sfârșitul (b), procesului tranzitoriu electromecanic provocat de creșterea bruscă în treaptă (mică) a momentului cuplului rezultat de forțe mecanice active aplicat de motorul primar de antrenare (turbina) la arborele alternatorului conectat la rețeaua electroenergetică de putere infinită și aflat, inițial, în regim permanent sincron de funcționare în sarcină electrică trifazată echilibrată.

procesului tranzitoriu electromecanic – ca efect al acțiunii înfășurărilor rotorice echivalente de amortizare în scurtcircuit, din axele d și q , prin funcțiile exponențiale amortizate cu constantele de timp T_d'' , T_q'' , $T_{s,sc}$ – pentru ca, după un interval de timp de aproximativ 1 [s] de la declanșarea procesului tranzitoriu electromecanic, diferența dintre viteza unghiulară electrică (de rotație) instantanee rotorice $\omega(t)$ și valoarea sa sincronă inițială $\omega_s = 314$ [rad el./s] să crească nelimitat (datorită funcției exponențiale $e^{3.273t}$), determinând ieșirea din sincronism a alternatorului.

4. CONCLUZII

Procesul tranzitoriu electromecanic provocat de creșterea bruscă (în treaptă mică), $\Delta M_{mec,ext} > 0$, a (valorii scalare) momentului cuplului rezultat de forțe mecanice active aplicat de motorul primar (turbina) de antrenare la arborele alternatorului sincron trifazat (cu rotorul cu poli magnetici aparenti) conectat la o rețea electroenergetică de putere infinită și aflat, inițial, în regim permanent sincron de funcționare în sarcină electrică trifazată echilibrată – tensiunea continuă la bornele circuitului electric al înfășurării rotorice de excitație fiind menținută constantă în timp – se caracterizează prin variațiile incrementale tranzitorii: $\Delta\delta(t)$ a unghiului electric intern (sau de sarcină) al alternatorului, în raport cu valoarea sa δ_0 din regimul permanent sincron de funcționare inițială în sarcină electrică (trifazată echilibrată) a alternatorului și $\Delta\omega(t)$ a vitezei unghiulare electrice (de rotație) a rotorului și arborelui alternatorului, în raport cu valoarea sa sincronă ω_s din regimul permanent sincron de funcționare inițială în sarcină electrică (trifazată echilibrată) a alternatorului; ambele variații incrementale tranzitorii conțin componente aditive, definind funcții aperiodice (de timp), amortizate exponențial cu constante de timp concordante cu constantele de timp subtranzitorii și tranzitorii ale alternatorului, precum și funcții pseudoarmonice (de timp), având amplitudini exponențial degresive (cu constante de timp concordante cu constantele de timp subtranzitorii și tranzitorii ale alternatorului).

Conform condiției de stabilitate la perturbații mici, în jurul unui punct de regim permanent sincron de funcționare în sarcină electrică a alternatorului sincron trifazat conectat la o rețea electroenergetică de putere infinită,

– dacă funcțiile de transfer incrementale (35) și (36) au toți polii (adică, toate rădăcinile polinomului caracteristic $P_7(s)$ cu expresia (54)) în semiplanul complex stâng ($\Re\{s\} < 0$), atunci, la sfârșitul procesului tranzitoriu electromecanic, se ajunge la un nou regim permanent sincron de funcționare în sarcină electrică (trifazată echilibrată) a alternatorului conectat la o rețea electroenergetică de putere infinită, caracterizat prin unghiul electric intern (sau de sarcină) $\delta_0 + (p\Delta M_{mec,ext}/J)(Q_5(0)/P_7(0))$ și viteza unghiulară electrică (de rotație) rotorică sincronă ω_s , menținându-se, astfel, sincronismul alternatorului cu rețeaua electroenergetică de putere infinită la care acesta este conectat;

– dacă, însă (ca în exemplul numeric al studiului de caz), cel puțin una dintre rădăcinile polinomului caracteristic $P_7(s)$ al funcțiilor de transfer incrementale (35) și (36) este reală pozitivă, atunci, la sfârșitul procesului tranzitoriu electromecanic, alternatorul intră în zonă de instabilitate și se ajunge la pierderea sincronismului cu rețeaua electroenergetică de putere infinită la care alternatorul este conectat, ieșirea din sincronism efectuându-se prin creșterea exponențială nelimitată, fără pendulații, atât a unghiului electric intern $\delta(t)$, cât și a vitezei unghiulare electrice (de rotație) rotorice $\omega(t)$.

Lucrarea a fost prezentată la Simpozionul de Mașini Electrice SME'25, ediția XXI.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Câmpăanu, *Introducere în dinamica mașinilor electrice de curent alternativ*, Editura Academiei Române, București, cap. 12, 1998.
2. M. Jadrić, B. Frančić, *Dinamica mașinilor electrice* (în limba croată), Graphis, Zagreb, Croația, cap. 14, 2004.
3. J. Machowski, J.W. Bialek, J.R. Bumby, *Power system dynamics: stability and control*, 2nd ed., John Wiley & Sons Ltd., Chichester, UK, ch. 5, 2008.
4. T.A. Lipo, *Analysis of synchronous machines*, 2nd ed., CRC Press, Boca Raton, FL, USA, ch. 10, 2012.
5. I. Boldea, *Synchronous generators*, 2nd ed., CRC Press, Boca Raton, FL, USA, ch. 5, 2016.