

## MOTOARE TIP VERNIER – STADIUL ACTUAL ȘI PERSPECTIVE

Ovidiu CRAIU  
UNST Politehnica București  
ovidiu.craiu@upb.ro

**Rezumat.** În ultima perioadă de timp studiul mașinilor electrice cu modulație de flux magnetic a devenit o preocupare tot mai intensă. Față de principiul constructiv al mașinilor electrice clasice, aceste mașini au un număr diferit de poli în stator și în rotor. În timp ce mașinile sincrone clasice produc cuplu pe baza fundamentalei câmpului magnetic la nivelul întrefierului, mașinile cu modulație de flux utilizează armonicile superioare din curba câmpului magnetic pentru a genera cuplu.

Una dintre cele mai studiate în prezent mașini cu modulație de flux este mașina Vernier (MV). Aceasta are avantajul că produce un cuplu mare prin reducerea vitezei câmpului învârtitor din stator la o turație foarte redusă a rotorului, comportându-se ca un demultiplicator de turație electromagnetică. De aceea el poate fi folosit ca motor pentru vehicule electrice plasat direct în roată, sau ca generator eolian unde turația elicei de antrenare este redusă. MV inițial a fost construit ca motor cu reluctanță variabilă având o construcție simplă și robustă, dar cu un factor de putere redus. Pentru a compensa acest neajuns s-au realizat MV cu magneți permanenți (MP) în stator sau cu hibride și cu diferite topologii. În această lucrare este prezentat un studiu al variantelor constructive cele mai recent propuse ale MV.

### 1. INTRODUCERE

Motoarele de tip *direct-drive* care funcționează la cuplu ridicat și turații reduse nu au nevoie de reductor, ceea ce le face o soluție atractivă pentru tracțiunea electrică. Ele au răspuns dinamic bun și cu ajutorul lor se pot obține sisteme de propulsie mult mai compacte nefiind necesară o transmisie mecanică intermediară. Dintre aceste motoare, motorul cu reluctanță variabilă are avantajul unei construcții foarte simple, deci robustă, cu un rotor în care nu există nici înfășurare nici magneți permanenți, are cost și mentenanță reduse [1], [2]. O altă variantă este motorul sincron cu reluctanță variabilă, dar acesta are o rezistență mecanică mai redusă din cauza barierelor de flux [3]. Acest inconvenient a fost înlăturat prin realizarea de mașini cu reluctanță dublă (cu creștături și pe stator și pe rotor) și cu alimentare duală (*double salient and double fed machines*), care sunt mult mai performante și mai robuste din punct de vedere mecanic [4],[5]. O creștere a interesului în ultima perioadă de timp a fost acordată mașinilor cu comutație de flux, cum ar fi mașinile cu flux comutat [6], mașinile cu flux inversat [7] sau mașina cu reluctanță și flux variabil [8]. Creșterea recentă a interesului pentru aceste tipuri de mașini a condus la dezvoltarea teoriei modulației fluxului magnetic, principiu care stă la baza funcționării acestora [9],[10]. O teorie generalizată a modulației câmpului magnetic la nivelul întrefierului a fost prezentată în [11] și poate fi aplicată pentru toate tipurile de mașini electrice [12].

Dintre toate acestea însă, motorul Vernier (MV) a suscitat cel mai mare interes datorită densității mari de cuplu și a efectului de demultiplicator de viteză (reductor) magnetic, ceea ce îl face să funcționeze la turații reduse, potrivit pentru aplicațiile de tip *direct-drive* specifice tracțiunii electrice. Inițial, MV a fost construit ca și motor cu reluctanță variabilă [13], motiv pentru care motorul are un factor de putere redus și densitatea de cuplu obținută, deși destul de

ridicată prin efectul de demultiplicare, a fost limitată. Pentru a combate aceste neajunsuri au fost concepute variante noi ale MV la care a fost îmbunătățit factorul de putere și la care a crescut densitatea de cuplu. Printre acestea se pot menționa MV cu magneți permanenți (MVPM), MV excitate în curent continuu și MV hibride. Acestea din urmă combină avantajele MVPM și a MV alimentat în c.c, producând cupluri ridicate, dar având și posibilitatea reglării turației într-un interval larg prin slăbire de flux [14], [15].

Față de cele menționate mai sus, există numeroase lucrări în care se propun îmbunătățiri ale MV prin alegerea unor soluții constructive speciale, cu înfășurări cu pas scurtat și cu un raport optim al numărului de poli în stator și în rotor pentru obținerea unor densități de cuplu, factori de putere și randamente cât mai mari. O analiză a unei mici părți din această literatură complexă, bogată și recentă ce privește progresele MV este prezentată în continuare în lucrarea de față cu scopul sistematizării aspectelor cele mai importante privind performanțele funcționale, avantajele și dezavantajele acestor motoare.

## 2. TIPURI DE MOTOARE VERNIER

### 2.1 Motorul Vernier (cu reluctanță variabilă)

Motorul Vernier clasic este un motor cu reluctanță variabilă care funcționează, așa cum sugerează și numele, pe principiul vernierului: o deplasare mică a rotorului produce o deplasare mare a axelor de permeanță minimă și maximă. Acest lucru face ca rotorul să se rotească la o fracțiune din turația câmpului învârtitor. Acesta poate fi produs fie de o înfășurare polifazată sau de un curent ce alimentează bobine de excitație în mod secvențial. Adică poate fi alimentat ca un motor sincron cu magneți permanenți și, respectiv, ca un motor de c.c. fără perii. Pentru a porni un MV, el trebuie să ajungă în sincronism în jumătate de rotație. El este proiectat să funcționeze la turații joase, de aproximativ 200 rot/min, sau chiar mai reduse, cu un raport cuplu/moment de inerție mare.

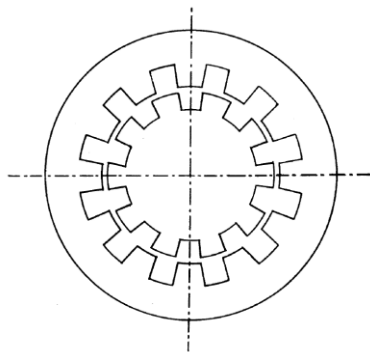


Fig. 1 – Motor Vernier cu 12 creștături în stator și 10 în rotor [13].

Figura 1 prezintă un MV cu doi poli, 12 creștături în stator și 10 în rotor. În poziția din Fig. 1 dinții din stator și din rotor sunt față în față pe axa verticală, o poziție în care permeanța are valoare maximă pe direcție verticală și minimă pe direcție orizontală. Când rotorul se rotește cu jumătate de pas dentar, axele de permeanță maximă și minimă se vor roti cu 90°, axa de permeanță maximă devenind axa orizontală.

În mod similar cu o mașină sincronă clasică unde numărul de perechi de poli din stator trebuie să fie egal cu cel din rotor, la un MV numărul de poli  $p$  ai curbei tensiunii magnetice din întrefier trebuie să fie egal cu cel al curbei de variație a permeanței. Cum aceasta este dată de diferența dintre numărul creștături din stator  $N_1$  și numărul de creștături din rotor  $N_2$ , rezultă:

$$N_1 = N_2 \pm p, \quad (1)$$

unde, semnul “-” reprezintă unda directă (rotorul se învârti în sensul câmpului învârtitor), iar semnul “+” reprezintă unda inversă. Cu aceste notații, rezultă și raportul de demultiplicare electromagnetic:

$$n = \frac{N_2}{\pm(N_2 - N_1)}. \quad (2)$$

Motorul calculat în [13] are un diametru exterior  $D_{ex} = 258\text{mm}$  și o lungime axială  $l_{ax} = 8,25\text{ mm}$ ,  $N_1 = 24$  creștături în rotor și  $N_2 = 22$  în rotor, ceea ce înseamnă un raport de reducere  $n = 11$ . Alimentat la  $220\text{ V}$  și frecvența de  $60\text{ Hz}$  produce o putere utilă  $P = 460\text{ W}$  și pierderi  $P_{loss} = 226\text{ W}$ , la un curent de  $3,6\text{ A}$  și o turație de  $327\text{ rot/min}$ . Motorul are un randament de  $67\%$  și un factor de putere de numai  $24,3\%$ . Dacă randamentul redus este specific motoarelor cu turație redusă (acesta crește semnificativ dacă se mărește frecvența de alimentare și respectiv turația motorului), factorul de putere este foarte redus, în special din cauza curentului mare de magnetizare. De asemenea, motorul nu pornește în condițiile de alimentare de mai sus, ci numai la dacă frecvența este redusă de  $30\text{ Hz}$  [13], o altă limitare a MV.

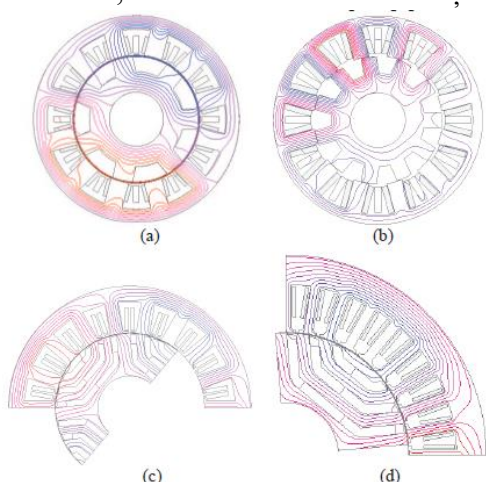


Fig.2 – Liniile de câmp magnetic în (a) 12/7 MV, (b) 12/11 MV, (c) 18/4 SynRM, (d) 36/4 SynRM, [19].

În lucrare [19] se compară două versiuni ale MV cu două mașini sincrone cu reluctanță variabilă (SynRM), Fig. 2. Cuplul MV cu 12/7 creștături are valoarea de  $8,5\text{ Nm}$ , mai mic decât cuplul SynRM de  $10,5\text{ Nm}$  obținut pentru același curent de alimentare de  $10\text{ A}$ . În același timp, MV are un factor de putere de numai  $0,45$  față de  $0,75$  a SynRM în aceeași condiții de alimentare. Valoarea factorului de putere poate scădea și mai mult, odată cu creșterea întrefierului, de la  $0,45$  pentru un întrefier de  $0,4\text{ mm}$ , la  $0,3$  pentru un întrefier de  $1\text{ mm}$ . Pe de altă parte, oscilațiile de cuplu sunt mai reduse la MV, iar acesta are o capacitate de supra-încărcare mai mare ca a SynRM [19].

## 2.2 Motorul Vernier cu magneți permanenți (MVMP)

Prin introducerea magneților permanenți s-a realizat o creștere a densității de cuplu și, ceea ce este la fel de important, o creștere a factorului de putere a MV. Una din variantele constructive cele mai interesante pentru tracțiunea electrică o reprezintă MVMP cu rotor exterior (*out runner*), acesta putând fi introdus direct în roată, statorul interior fiind fixat de axul osiei. Trei dintre variantele cele mai întâlnite ale MVMP sunt prezentate în Fig. 3.

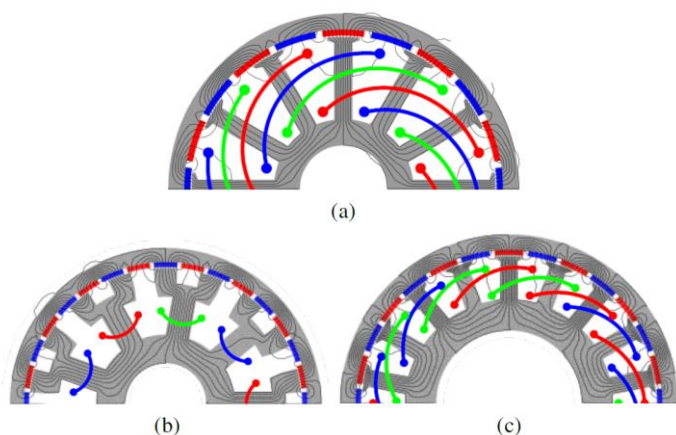


Fig. 3 – Structuri tipice ale MVMP: (a) cu înfășurare obișnuită, (b) cu înfășurare pe dinte și dinte creștat, (c) cu înfășurare cu pas de doi dinți. [16].

În mod similar cu relația (1) se poate scrie o relație și pentru MVPM, respectiv:

$$N_s = p_r \pm p_s, \quad (3)$$

unde  $N_s$  reprezintă numărul de perechi de poli ai modulatorului de flux,  $p_r$  și  $p_s$  numărul de perechi de poli din rotor și respectiv din stator. În cazul MVPM din Fig. 3.a) și c)  $N_s$  reprezintă numărul de dinți din stator, iar pentru mașina din Fig. 3.b), numărul de creștături.

În [17] se arată că numărul de creștături pe pol și fază trebuie să fie cuprins în intervalul  $\frac{1}{4} < q < \frac{1}{2}$ .

Pentru a nu apare forțe radiale mari, numărul de creștături trebuie să fie ales așa încât să se evite  $N_s = 2p_s \pm 1$ . Deoarece aceste condiții implică reducerea numărului de combinații de poli și creștături care pot fi alese [22], în [18] se propune dublarea pasului înfășurării fără schimbarea

numărului de poli a acesteia, Fig.3.c). Acest lucru permite alegerea numărului de creștături pe pol și fază într-un interval mai larg de  $\frac{1}{2} < q < 1$ , iar raportul de demultiplicare a MVMP rămâne în intervalul  $2 < n < 5$  [16]. Pentru a obține rapoarte de demultiplicare mai mari, MVMP se construiesc cu înfășurări cu pas diametral, cu capete de bobină în coroane, Fig. 3.a), dar acesta reprezintă un impediment din cauza creșterii lungimii axiale a mașinii.

Un studiu mai amănunțit al diferențelor dintre MVMP cu dinți obișnuiți, Fig. 3.a) și c) este detaliat în [23]. Pentru comparație sunt prezentate patru mașini în care s-a notat cu  $Z$  numărul de creștături din stator,  $P_s$  și  $P_r$  numărul de perechi de poli din stator și respectiv, rotor. Acestea sunt arătate în Fig. 4. Așa cum se observă, două dintre mașini au înfășurări pe dinte, iar două au înfășurări obișnuite cu pas diametral.

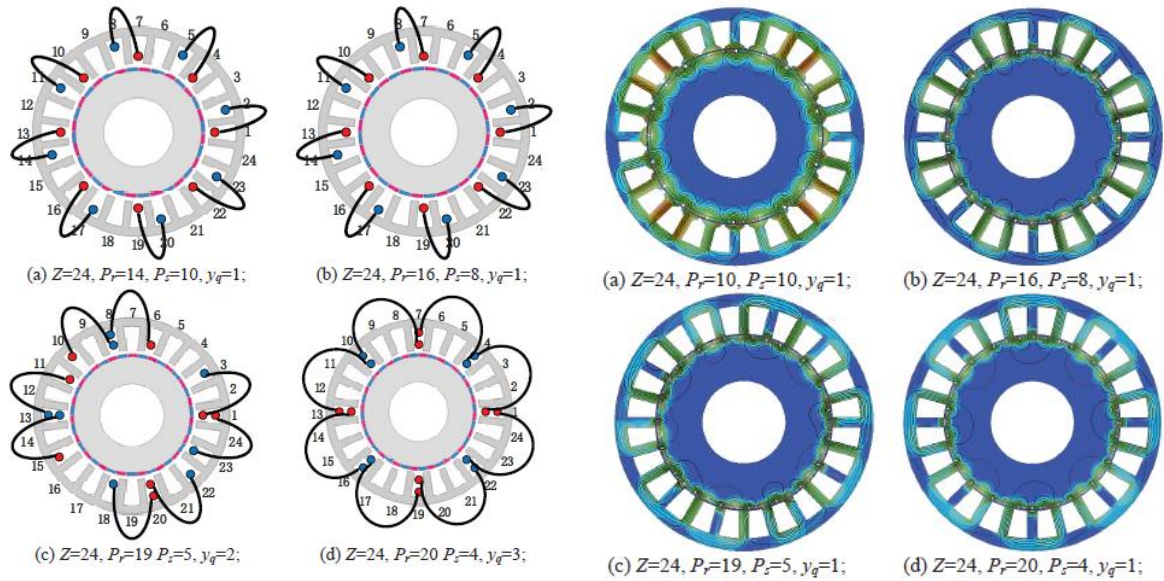


Fig. 4 – Patru topologii de MVMP cu număr diferite de creștături  $Z$ , poli pe stator  $P_s$  și poli în rotor  $P_r$ : stânga – distribuția bobinelor în creștături, dreapta – distribuția câmpului magnetic la gol [23].

Autorii concluzionează că prin adoptarea înfășurărilor cu pas scurtat se pot obține mult mai multe combinații de poli și creștături ale MVMP pentru mașinile cu raportul  $P_r/P_s > 1$ . Când acest raport este  $< 2$ , MVMP nu prezintă avantaje deosebite față de mașinile clasice datorită reducerii permeanței întrefierului și creșterea fluxului de scăpări. MVMP cu  $Z = 24$ ,  $P_r = 19$  și  $P_s = 5$  are înfășurare cu pasul dentar 2 și este compromisul cel mai bun, confirmat și de studii similare [24]. De asemenea, combinațiile dintre numărul de creștături și numărul de poli influențează în mod opus factorul de putere și densitatea de cuplu. Astfel, motorul cu  $Z = 24$ ,  $P_r = 20$  și  $P_s = 4$  produce cuplul cel mai mare, însă are factorul de putere al doilea cel mai mic și are capetele de bobine în coroană, deci are lungime axială mai mare [23].

În [20] se propune un MVMP cu magneții dispuși în V topologie similară motoarelor sincrone cu magneți incluși, Fig. 5.a). Performanțele acestui motor se compară cu ale unui motor cu magneți dispuși pentru concentrare de flux, Fig. 5.b).



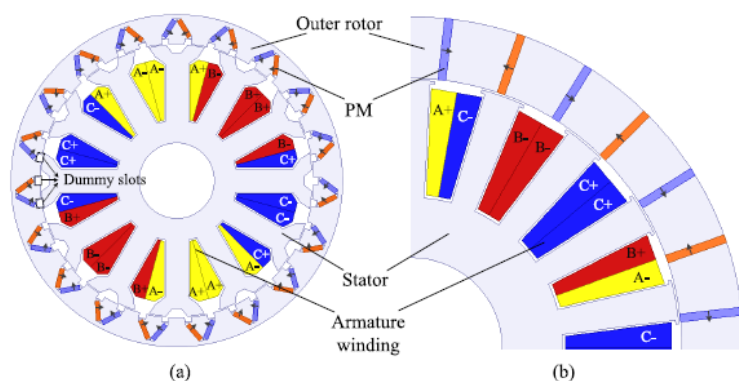


Fig. 5 – Configurația MV cu magneți a) dispuși în V și b) cu concentrare de flux [20].

Prin adoptarea topologiei cu magneți în V și dinți crestați se reduce fluxul de scăpări și se poate regla factorul de acoperire polară pentru a se obține o densitate de cuplu mai mare și oscilații de cuplu reduse. Motorul propus utilizează în funcționare nu numai armonici de ordin superior, dar și armonici de ordin redus, ceea ce a condus la o creștere a cuplului cu 13% și o reducere a cuplului de agățare cu 50% [20].

O lucrare similară a unui MVMP cu magneți în V, Fig. 6.a), dar cu rotor interior, este propusă în [25]. MVMP este comparat cu un motor sincron cu magneți permanenți incluși, dispuși în V, Fig. 6.b), tipul de motor utilizat de firme de renume în vehiculele electrice.

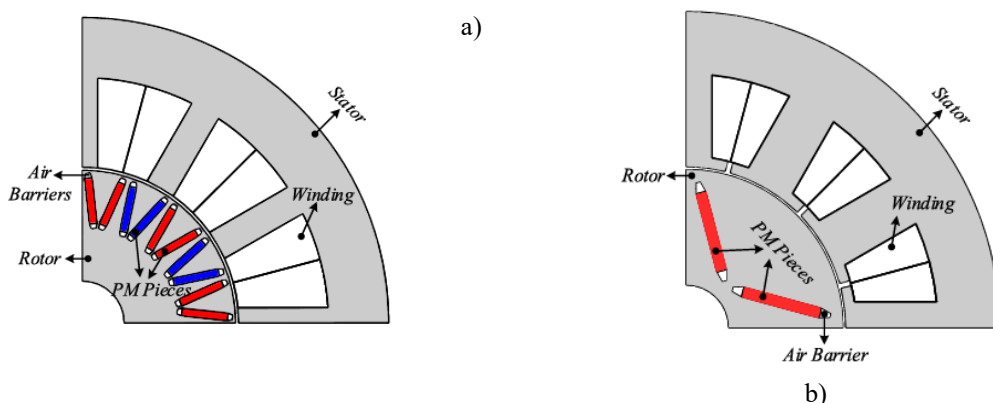


Fig. 6 – Comparație între un a) MVPM cu magneți în V și b) un motor sincron cu MP cu magneți incluși în V [25].

Pentru a maximiza efectul Vernier, factorul de acoperire polară a fost ales 0,6. MVMP produce un cuplu cu similar sau chiar mai mare având un volum cu 35% mai mic ca motorul sincron. Randamentul motorului produs este cu numai 2% mai mare ca a motorului clasic.

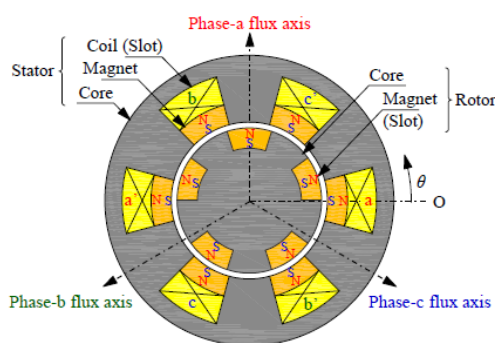
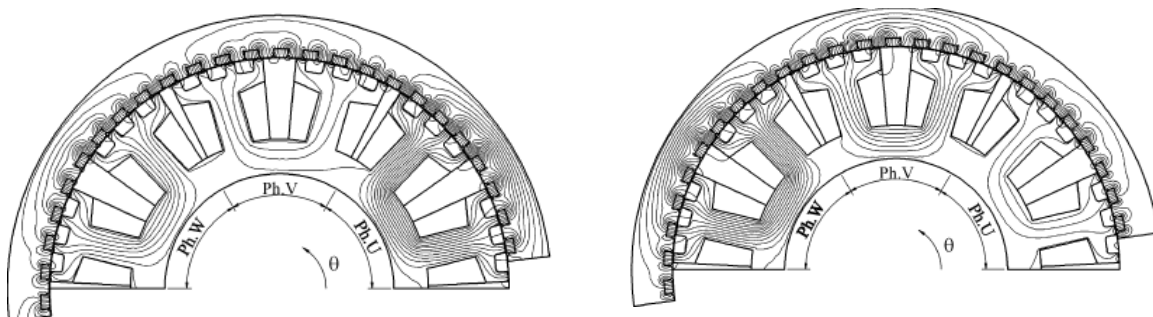


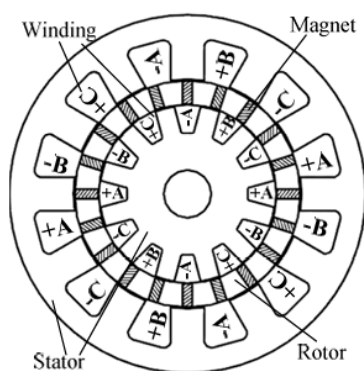
Fig. 7 – Topologia MV bipolar [21].

Motorul a fost testat modificând tensiunea de alimentare de la 200V la 400V, ceea ce a dus la creșterea puterii furnizate de MVPM de la 3 la 6,2 kW. În același timp factorul de putere

O variantă interesantă a MVMP este propusă în [26], pe rotor fiind plasați numai magneți cu aceeași polaritate (numit “*consequent pole rotor*”). În acest mod, consumul de magneți se reduce la jumătate. Pentru a reduce dezechilibrele apărute s-a adoptat o structură cu poli separați („*split pole structure*”). În Fig. 8 se observă liniile câmpului magnetic pentru două poziții ale rotorului, respectiv  $0^\circ$  și  $1,2^\circ$ . Pentru o diferență de deplasare atât de mică rezultă o deplasare a câmpului din stator de  $60^\circ$ .



## 2.2 Motorul Vernier cu dublu stator (MVDS)



O variantă a acestui motor a fost propusă în [25], numită MVMP cu dublu stator și magneți așezați în formă de spițe. Conform autorilor, această topologie cu magneții permanenți plasați în acest mod, Fig. 9, asigură o reducere importantă a fluxului de scăpări, toți magneții contribuind în același timp la producerea câmpului magnetic din întrefier. În plus, datorită anizotropiei magnetice introduse, acest motor are un factor de putere și o densitate de cuplu ridicate. De asemenea, mașina are un cuplu de agățare și armonici reduse în curba tensiunii electromotoare induse. Aceste calități îl fac potrivit pentru aplicațiile de tip “direct-drive” [25].

46

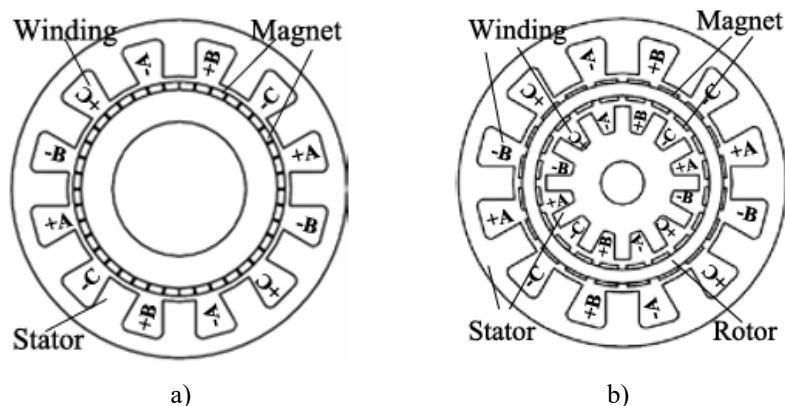


Fig. 10 – MVMP cu a) magneți cu distribuție Halbach, b) cu dublu stator [27].

Un alt tip de MVMP cu dublu stator a fost propus în [28]. În această variantă statorul interior are o structură cu dinți crestați, Fig. 11.

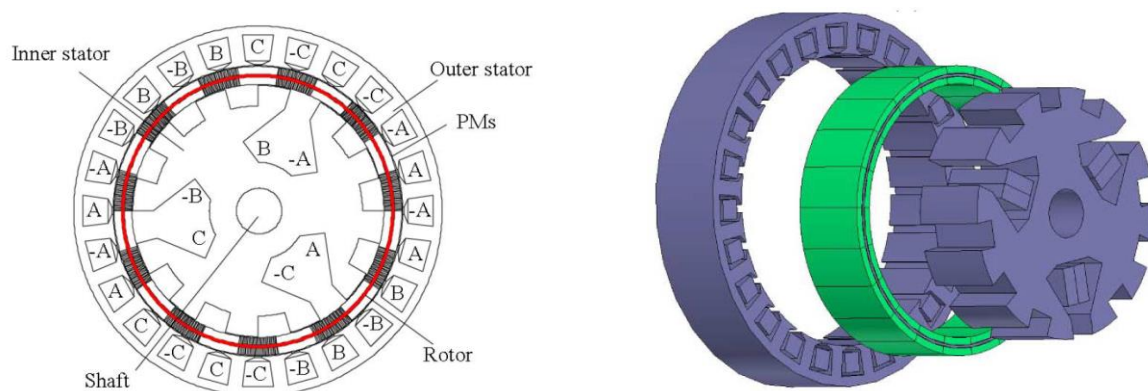


Fig. 11 – MVMP cu dublu stator cu statorul interior cu dinți crestați [28].

O altă soluție pentru MVMP cu dublu stator este propusă în lucrarea [31]. În această variantă motorul are ambele statoare cu dinți/poli crestați, iar magneții au distribuție radială ca cea propusă în [25], Fig. 12.

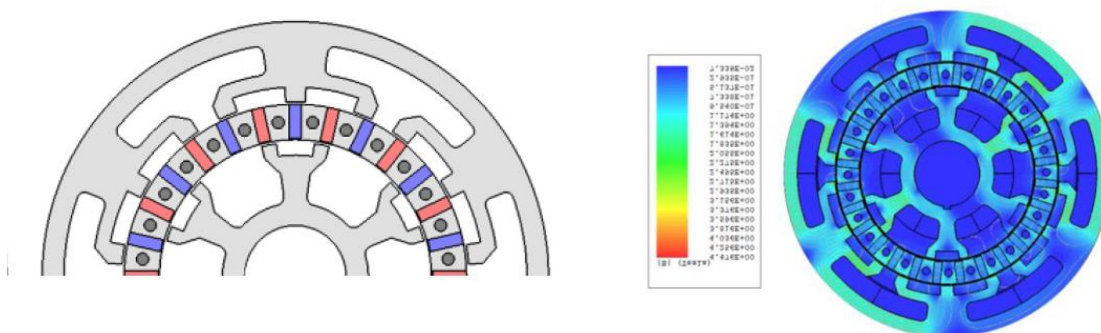


Fig. 12 – MVMP cu dublu stator în formă de poli crestați și magneți dispuși radial: stânga – structura motorului, dreapta – harta inducției magnetice la cuplul maxim [31].

Comparat cu un motor sincron cu magneți permanenți dispuși pe suprafața rotorului cu aceleași dimensiuni exterioare, acest motor produce un cuplu de maxim de trei ori mai mare și de 1,5 ori mai mare față de un MVMP cu un singur stator și rotor exterior (*outrunner*) [31].

În lucrarea [30] se propune o topologie diferită a unui MVMP cu dublu stator, prin plasarea magneților pe cele două statoare și nu pe rotor ca în variantele prezentate anterior, Fig. 13. Autorii studiază trei variante ale aceluiași motor în care magneții de pe ambele statoare

sunt din NdFeFe, apoi un motor cu magneții numai din ferite, iar ultima variantă are magneții de pe statorul exterior din NdFeFe iar cei plasați pe statorul interior din ferite, făcându-se astfel economie la magneții scumpi, din pământuri rare. Motorul cu magneți de ambele tipuri produce un cuplu cu 33,2% mai mare decât motorul echipat cu magneți numai din ferite și cu 24,4% mai mic decât motorul echipat cu magneți din pământuri rare, reprezentând un bun compromis între cele trei variante [30].

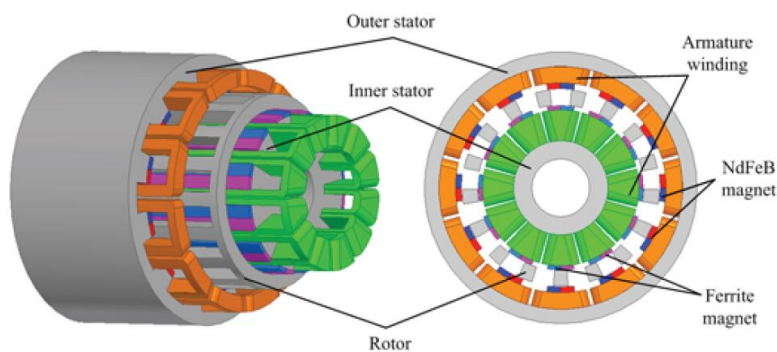


Fig. 13 – MVMP cu dublu stator, cu magneții permanenți plasați pe cele două statoare [30].

### 2.3 Motorul Vernier cu magneți permanenți hibrid (MVMPH)

Prin introducerea unei înfășurări suplimentare de c.c. în creștăturile statorului, autorii din [29] propun un nou MVMP. Această înfășurare de c.c. este folosită pentru slăbirea de flux pentru a extinde intervalul de operare al motorului, Fig. 14.

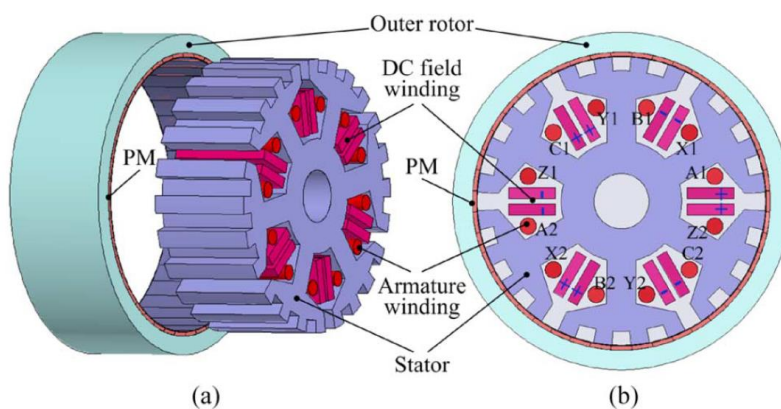


Fig. 14 – MVMPH cu dublă înfășurare în stator: a) structura motorului, b) secțiune transversală [29].

Față de MBMP obișnuite, acest motor are nevoie și de un circuit suplimentar pentru controlul curentului continuu, ceea ce crește complexitatea și costul acționării.



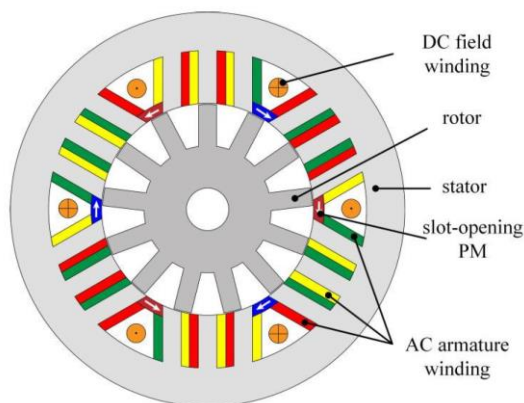


Fig. 15 – MVMP hibrid cu magneți plasați în creștătură [32].

O altă variantă a MVMP hibrid este propusă în [32]. Autorii propun modificarea înfășurări polifazate prin mărirea pasului înfășurări de la o creștătură (înfășurare pe dinte), la patru creștături, precum și introducerea unor magneți magnetizați după direcția tangențială, Fig. 15. Modificarea înfășurări conduce la o creștere a cuplului cu 26%, iar introducerea magneților în creștături, cu încă 10%. De asemenea, acest motor față de MVMP clasic, are o capacitate de supraîncărcare semnificativ mai mare. Pe de altă parte, motorul propus are un factor de putere mai scăzut și pierderi Joule mai mari ca ale unui motor MVMP clasic [32].

#### 4. CONCLUZII

MV cu reluctanță variabilă, fără magneți au construcție robustă, simplă și au avantajul efectului de demultiplicare datorită principiului vernier. Ele au însă un factor de putere redus și o densitate de cuplu mai mică decât a MVMP. MV clasic are proprietăți mai slabe din punctul de vedere al densității de cuplu și al factorului de putere față de motorul sincron cu reluctanță variabilă.

Prin introducerea magneților permanenți în stator MVPM devine un motor mult mai competitiv, fiind motivul pentru interesul suscitât de acest motor în ultima perioadă de timp. Construcția clasică este aceea a unui motor sincron cu înfășurare polifazată și magneți permanenți pe rotor, similar unei mașini sincrone obișnuite, diferența fiind făcută de numărul de poli/creștături din stator și rotor. În mod similar cu mașinile sincrone cu magneți permanenți și respectiv mașinilor de c.c. fără perii, și MVMP pot fi alimentate cu curenți sinusoidali sau prin comutația în salturi a curentului de excitație din stator.

Construcțiile uzuale a MVPM au înfășurări cu pas diametral. Pentru aceste mașini se pot realiza combinații între numărul de creștături și poli în limite largi, ceea ce permite obținerea unui factor de demultiplicare ridicat (și peste 1:10). Dar mașina prezintă înfășurări cu capete de bobine în coroană de dimensiuni mari, ceea ce este un dezavantaj important pentru mașinile ce trebuie să aibă lungime axială mică. Echiparea MVPM cu înfășurări pe dinte (înfășurări cu pas scurtat) rezolvă această problemă. Dar aceste mașini au un factor de demultiplicare limitat în intervalul 2÷5, ceea ce reduce tocmai din proprietatea de bază a acestui motor dată de efectul vernier. De asemenea, ele au un factor de putere mai redus. O metodă de îmbunătățire a factorului de putere a MVMP cu înfășurări pe dinte este dublarea pasului dentar la doi dinți (înfășurări pe dinte cu pas dublu).

O altă construcție propusă este MVMP cu stator dublu. Acest motor, cum era de așteptat are o densitate de cuplu sporită. Însă această creștere este justificată nu de proprietățile mai bune ale motorului, ci de cantitatea de cupru din creștături, care practic este dublată. Un efect similar s-ar obține și pentru un motor sincron cu MP cu două statoare. Aceste MVMP cu stator dublu sunt mai dificil de construit, mai scumpe și au un diametru interior la ax mai redus (motoarele nu pot fi construite cu o topologie de tip inel).

Motoarele MVMP hibride au în stator atât înfășurarea polifazată ce creează câmpul învârtitor, cât și o înfășurare de c.c. utilizată pentru slăbire de flux. Acest lucru permite lărgirea domeniului de utilizare a MVMP hibrid prin creșterea vitezei de operare. Construcția este însă greoaie, iar acționarea devine scumpă având în vedere că trebuie utilizat atât un inverter pentru

alimentarea înfășurării polifazate, cât și o punte H pentru alimentarea cu c.c a înfășurării de excitație.

Pe lângă variantele analizate mai sus, în literatura de specialitate se află multe studii ce propun topologii diverse ale MVMP cu scopul creșterii cuplului de reluctanță (a diferenței dintre reactanța longitudinală și cea transversală). Printre acestea sunt MVMP cu dinți crestați (dinții au un fel de tălpi polare care la rândul lor sunt dințate). Alți autori propun segmentarea circuitului magnetic în diverse moduri, sau introducerea unor bariere de flux sub sau între magneți. Plasarea magneților în V sau în configurație ce produce concentrare de flux, sau magneți cu distribuție Halbach sunt alte câteva idei propuse.

MVMP cu dinți clasici și cu înfășurare pe dinte cu pas dublu pare motorul cel mai echilibrat, fiind un compromis între variantele existente, care oferă o densitate de cuplu mai mare decât a unui motor sincron cu MP și un raport de demultiplicare până la 1:5. Pentru situațiile în care se dorește un motor care să funcționeze la turații reduse cu randament bun și densitate de cuplu mare, dar cu factor de putere scăzut, MVMP cu înfășurări cu pas diametral, dinți clasici și număr mare de poli/crestături sunt de preferat.

## CONFIRMARE

Lucrarea a fost prezentată la Simpozionul de Mașini Electrice SME'XXI, ediția 2025.

## BIBLIOGRAFIE

1. N. Schofield, S.A. Long, D. Howe, M. McClelland., *Design of a switched reluctance machine for extended speed operation*, IEEE Trans. Ind. Appl., **45**, 1, pp. 116–122, Jan./Feb. 2009.
2. W. Ding, S. Yang, Y. Hu, *Performance improvement for segmented stator hybrid-excitation SRM drives using an improved asymmetric half-bridge converter*, IEEE Trans. Ind. Electron., **66**, 2, pp. 898–909, Feb. 2019.
3. C. Liu, K.Wang, S.Wang, Y.Wang, J. Zhu, *Torque ripple reduction of synchronous reluctance machine by using asymmetrical barriers and hybrid magnetic core*, CES Trans. Electr. Mach. Syst., **5**, 1, pp. 13–20, Mar. 2021.
4. Y. Fan, K.T. Chau, S. Niu, *Development of a new brushless doubly fed doubly salient machine for wind power generation*, IEEE Trans. Magn., **42**, 10, pp. 3455–3457, Oct. 2006.
5. K. T. Chau, M. Cheng, C.C. Chan, *Nonlinear magnetic circuit analysis for a novel stator doubly fed doubly salient machine*, IEEE Trans. Magn., **38**, 5, pp. 2382–2384, Sep. 2002.
6. X. Zhang, W. Zhang, X. Liang, P. Lu, *Performance analysis and comparison for two topologies of flux-switching permanent magnet machine*, CES Trans. Electr. Mach. Syst., **4**, 3, pp. 190–197, Sep. 2020.
7. Y. Gao, R. Qu, D. Li, J. Li, G. Zhou, *Consequent-pole flux-reversal permanent-magnet machine for electric vehicle propulsion*, IEEE Trans. Appl. Supercond., **26**, 4, pp. 1–5, Jun. 2016.
8. J. Bao, B.L.J. Gysen, K. Boynov, J.J.H. Paulides, E. A. Lomonova, *Torque ripple reduction for 12-stator/10-rotor-pole variable flux reluctance machines by rotor skewing or rotor teeth nonuniformity*, IEEE Trans. Magn., **53**, 11, pp. 1–5, Nov. 2017.
9. D.S. Moren B.G. Fernandes, *Analysis of flux-reversal machine based on fictitious electrical gear*, IEEE Trans. Energy Convers., **25**, 4, pp. 940–947, Dec. 2010.
10. Z.Z. Wu, Z.Q. Zhu, *Analysis of magnetic gearing effect in partitioned stator switched flux PM machines*, IEEE Trans. Energy Convers., **31**, 4, pp. 1239–1249, Dec. 2016.
11. M. Cheng, P. Han, W. Hua, *General airgap field modulation theory for electrical machines*, IEEE Trans. Ind. Electron., **64**, 8, pp. 6063–6074, Aug. 2017.
12. H. Wen, M. Cheng, *Unified Analysis of Induction Machine and Synchronous Machine Based on the General Airgap Field Modulation Theory*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, **66**, 12, pp. 9205–9216, Dec. 2019.
13. C.H.Lee, *Vernier Motor and Its Design*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, **82**, 66, pp. 343–349, June 1963.
14. J. Jiang, S. Niu, X. Zhao, *A novel parallel-excited dual-PM reluctance machine with enhanced torque and efficiency performance*, IEEE Trans. Ind. Electron., **70**, 5, pp. 4583–4594, May 2023.
15. X. Zhao, S. Niu, *Design of a novel parallel-hybrid-excited Vernier reluctance machine with improved utilization of redundant winding harmonics*, IEEE Trans. Ind. Electron., **65**, 11, pp. 9056–9067, Nov. 2018.
16. P.M. Tlali R. -J. Wang, *PM Vernier Machine for Utility Scale Wind Generator Applications: Design and Evaluation*, 2020 International Conference on Electrical Machines (ICEM), Gothenburg, Sweden, pp. 2637–2643, 2020.
17. S.E. Skaar, Ø. Krøvel, R. Nilssen, *Distribution, coil-span and winding factors for PM machines with concentrated windings*, in Int'l Conf. on Electrical Machines (ICEM), Sept. 2006.
18. K. Wang, Z. Q. Zhu, G. Ombach, *Synthesis of high-performance fractional-slot permanent-magnet machines with coil-pitch of two slot pitches*, IEEE T-EC, **29**, 3:758–770, Sept. 2014.

19. S. Jia, R. Qu, J. Li, Y. Chen, *Comparison of stator DC-excited vernier reluctance machines with synchronous reluctance machines*, IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC), Coeur d'Alene, ID, USA, 2015, .pp. 649-655, 2015
20. Y. Chen, X. Zhu, L. Quan, Z. Xiang, Y. Du , X. Bu, *A V-Shaped PM Vernier Motor With Enhanced Flux-Modulated Effect and Low Torque Ripple*, IEEE Transactions on Magnetics, **54**, 11, pp. 1-4, Nov. 2018.
21. Y. Kataoka, Y. Matsushima, Y. Anazawa, *A Design for PM Vernier Motors*, 21st International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), Jeju, Korea (South), pp. 87-92, 2018
22. J. Yang, G. Liu, W. Zhao, Q. Chen, Y. Jiang, L. Sun, X. Zhu, *Quantitative comparison for fractional-slot concentrated-winding configurations of permanent-magnet vernier machines*, IEEE Trans. Magn., **49**, 7, pp. 3826–3829, Jul. 2013.
23. T. Zou, R. Qu, D. Li, D. Jiang, *Synthesis of fractional-slot vernier permanent magnet machines*, XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM), Lausanne, Switzerland, pp. 911-917, 2016.
24. Y. Liu, H.Y. Li, Z. Q. Zhu, *A High-Power Factor Vernier Machine With Coil Pitch of Two Slot Pitches*, IEEE Transactions on Magnetics, **54**, 11, pp. 1-5, Nov. 2018.
25. D. Li, R. Qu, T.A. Lipo, *High-power-factor Vernier permanent magnet machines*, IEEE Trans. Ind. Appl., **50**, 6, pp. 3664–3674, Nov. 2014.
26. S. -U. Chung, J. -W. Kim, B. -C. Woo, D. -K. Hong, J. -Y. Lee, D. -H. Koo, *A Novel Design of Modular Three-Phase Permanent Magnet Vernier Machine With Consequent Pole Rotor*, IEEE Transactions on Magnetics, **47**, 10, pp. 4215-4218, Oct. 2011.
27. D. Li, R. Qu, Z. Zhu, *Comparison of Halbach and Dual-Side Vernier Permanent Magnet Machines*, IEEE Transactions on Magnetics, **50**, 2, pp. 801-804, Feb. 2010.
28. S. Niu, S.L. Ho, W.N. Fu, *A Novel Direct-Drive Dual-Structure Permanent Magnet Machine*, IEEE Transactions on Magnetics, **46**, 6, pp. 2036-2039, June 2010.
29. C. Liu, J. Zhong, K.T. Chau, *A Novel Flux-Controllable Vernier Permanent-Magnet Machine*, IEEE Transactions on Magnetics, **47**, 10, October 2011.
30. H. Wang, S. Fang, H. Yang, H. Lin, *A Novel Hybrid Magnet Dual-Stator Vernier Machine with Flux-Reversal Magnet Arrangement*, Proceedings of 2018 IEEE International Conference Applied Superconductivity and Electromagnetic Devices, Tianjin, China, April 15-18, 2018.
31. Hwajin Woo, Dohyun Kang, Youngjin Oh, *Design Characteristics Analysis of Double Airgap Vernier Motor with High Torque for Robot Gripper*, 26th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2023.
32. F. Ni, S. Niu 1, Z. Li 1, X. Zhao, *Novel Slot-Opening-PM Vernier Reluctance Machine with High-Order-Harmonic Winding*, IEEE Transactions on Magnetics, **59**, 11, November 2023.