

PROCESUL TRANZITORIU ELECTROMAGNETIC PROVOCAT DE SCURTCIRCUITUL BRUSC TRIFAZAT LA BORNELE ÎNFĂȘURĂRII STATORICE A UNUI MOTOR DE INDUCȚIE (ASINCRON) TRIFAZAT

Mircea M. RĂDULESCU

Facultatea de Inginerie Electrică, Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca
(Mircea.Radulescu@emd.utcluj.ro)

Rezumat. În lucrare, procesul tranzitoriu electromagnetic provocat de scurtcircuitul brusc trifazat la bornele înfășurării statorice trifazate în conexiune stea (cu punctul neutru al stelei izolat) a unui motor de inducție (asincron) trifazat – având rotorul cu înfășurare polifazată (tip colivie) în scurtcircuit și aflat în mișcare uniformă de rotație – este analizat utilizând ecuațiile diferențiale complexe liniare ale modelului electromagnetic în fazori spațiali reprezentativi al motorului.

1. INTRODUCERE

Se consideră un motor de inducție (asincron) cu înfășurare inductoare statorică trifazată în conexiune stea (cu punctul neutru al stelei izolat) și înfășurare indusă rotorică polifazată (tip colivie) în scurtcircuit. Parametrii circuitului electric de fază al înfășurării trifazate statorice, $R_s, L_s = L_{\sigma s} + L_m$, respectiv al înfășurării echivalente trifazate rotorice în scurtcircuit (raportate la înfășurarea statorică), $R_r', L_r' = L_{\sigma r}' + L_l$, se admit constanți în timp.

Motorul funcționează în sarcină mecanică, în regim electromagnetic permanent armonic – fiind alimentat cu un sistem trifazat simetric de tensiuni electrice de fază statorice, armonice în timp, de pulsație ω_s și valoare de vârf (de fază) \hat{U}_s – având rotorul și arborele său în mișcare de rotație uniformă cu viteza unghiulară electrică (de rotație) ω .

La un moment de timp, considerat momentul de timp zero ($t=0$), se scurtcircuitază, brusc și simultan, bornele de alimentare ale circuitelor electrice ale înfășurărilor de fază statorice ale motorului și, ca urmare, un proces tranzitoriu electromagnetic survine, concomitent, în circuitele electrice ale înfășurărilor de fază scurtcircuitate, statorice și echivalente rotorice, fiind caracterizat prin evoluția temporală a intensităților curenților electrici din aceste circuite electrice și a momentului cuplului rezultat de forțe electromagnetice dezvoltat de motorul de inducție (asincron) trifazat, aflat în mișcare de rotație cu viteza unghiulară electrică (de rotație) rotorică ω , admisă nemodificată pe durata scurtă a procesului tranzitoriu electromagnetic.

Pentru analiza acestui proces tranzitoriu electromagnetic, se adoptă modelul dinamic al mașinii de inducție (asincrone) trifazate, în forma de scriere cu fazorii reprezentativi $\underline{\psi}_{s,sc}(t)$ și $\underline{\psi}'_{r,sc}(t)e^{j\theta(t)}$ (în notație specifică) – definiți în planul complex confundat cu planul secțiunii transversale a mașinii și reperați în sistemul fix de coordonate cu axa reală coincidentă cu axa magnetică a înfășurării de fază statorică A [1]:

$$0 = \frac{1}{\sigma T_s} \underline{\psi}_{s,sc}(t) + \frac{d\underline{\psi}_{s,sc}(t)}{dt} - \frac{L_m}{L_r} \cdot \frac{1}{\sigma T_s} \underline{\psi}'_{r,sc}(t) e^{j\omega t}, \quad (1)$$

$$0 = -\frac{L_m}{L_s} \cdot \frac{1}{\sigma T_r} \underline{\psi}_{s,sc}(t) + \left(\frac{1}{\sigma T_r} - j\omega \right) \underline{\psi}'_{r,sc}(t) e^{j\omega t} + \frac{d(\underline{\psi}'_{r,sc}(t) e^{j\omega t})}{dt}, \quad (2)$$

unde s-a considerat $\underline{\psi}'_{r,sc}(t) e^{j\theta(t)} = \underline{\psi}'_{r,sc}(t) e^{j\omega t}$ cu $\theta(t) = \omega t$, adică, axa magnetică a înfășurării echivalente de fază a (în scurtcircuit) a rotorului, mobilă cu viteza unghiulară electrică de rotație

ω (constantă în timp), este coincidentă cu axa magnetică a înfășurării de fază statorică A , la momentul de timp $t=0$.

În conformitate cu condiția de continuitate – a fluxurilor magnetice totale instantanee din buclele (ochiurile) circuitelor electrice ale înfășurărilor de fază scurtcircuitate, statorice, respectiv, echivalente rotorice – transcrisă pentru fazorii lor reprezentativi,

$$\underline{\psi}_{s,sc}(t=0-) = \underline{\psi}_{s,sc}(t=0+), \text{ respectiv, } \underline{\psi}'_{r,sc}(t=0-) = \underline{\psi}'_{r,sc}(t=0+), \quad (3)$$

(unde $t=0-$ și $t=0+$ desemnează momentele de timp, imediat anterior și, respectiv, imediat ulterior scurtcircuitării (bruște și simultane) bornelor de alimentare ale circuitelor electrice de fază statorice ale motorului), condițiile inițiale, $\underline{\psi}_{s,sc}(t=0-)$ și $\underline{\psi}'_{r,sc}(t=0-)$, în ecuațiile

diferențiale complexe liniare (1)–(2), sunt determinate, prin particularizarea modelului dinamic al motorului de inducție (asincron) trifazat pentru regimul electromagnetic permanent armonic de funcționare a motorului, anterior scurtcircuitării bornelor de alimentare ale înfășurărilor de fază statorice, rezultând, astfel, ecuațiile algebrice liniare în complex:

$$\underline{U}_s = (R_s + jL_s\omega_s)\underline{I}_s + jL_m\omega_s\underline{I}'_r, \quad (4)$$

$$0 = (R'_r/S + jL'_r\omega_s)\underline{I}'_r + jL_m\omega_s\underline{I}_s, \quad (5)$$

unde $\underline{u}_s(t) = \hat{U}_s e^{j(\omega_s t + \gamma_{us})} = \hat{U}_s e^{j\gamma_{us}} e^{j\omega_s t} = \underline{U}_s e^{j\omega_s t}$ (cu $\underline{U}_s = \hat{U}_s e^{j\gamma_{us}}$, γ_{us} desemnând faza inițială a tensiunii electrice armonice de fază statorică A , corespunzător unui moment de timp stabilit *a priori*) definește fazorul reprezentativ al tensiunilor electrice, armonice în timp, la bornele înfășurărilor de fază statorice; $\underline{i}_s(t) = \underline{I}_s e^{j\omega_s t}$, $\underline{i}'_r(t) e^{j\omega t} = \underline{I}'_r e^{j(\omega_s - \omega)t} \cdot e^{j\omega t} = \underline{I}'_r e^{j\omega_s t}$, semnifică fazorii spațiali reprezentativi ai intensităților (armonice în timp) curenților electrici din înfășurările, de fază statorice și, respectiv, echivalente de fază rotorice (în scurtcircuit); $S = (\omega_s - \omega) / \omega_s$ reprezintă alunecarea (rotorului). Rezolvând sistemul de ecuații (4)–(5), prin determinarea constantelor complexe $\underline{I}_s, \underline{I}'_r$, și ținând seama de relațiile liniare între fazorii reprezentativi ai fluxurilor magnetice totale instantanee ale înfășurărilor, de fază statorice și echivalente de fază rotorice (în scurtcircuit), pe de o parte, și fazorii spațiali reprezentativi ai intensităților instantanee ale curenților electrici din înfășurările, de fază statorice și echivalente de fază rotorice (în scurtcircuit), se obține:

$$\underline{\psi}_{s,sc}(t=0-) = L_s \underline{I}_s + L_m \underline{I}'_r = \underline{\Psi}_s = \frac{L_s (R'_r / S + j\sigma L'_r \omega_s) \underline{U}_{s(0-)}}{L_m^2 \omega_s^2 + (R_s + jL_s \omega_s)(R'_r / S + jL'_r \omega_s)}, \quad (6)$$

$$\underline{\psi}'_{r,sc}(t=0-) = L'_r \underline{I}'_r + L_m \underline{I}_s = \underline{\Psi}'_r = \frac{L_m (R'_r / S) \underline{U}_{s(0-)}}{L_m^2 \omega_s^2 + (R_s + jL_s \omega_s)(R'_r / S + jL'_r \omega_s)}, \quad (7)$$

unde $\underline{U}_{s(0-)} = \underline{u}_s(t=0-) = \hat{U}_s e^{j\gamma_{us(0-)}}$ reprezintă o constantă complexă, admisă cunoscută *a priori*, cu $\gamma_{us(0-)}$ desemnând faza inițială a tensiunii electrice armonice în timp la bornele înfășurării de fază statorică A , în momentul de timp $t=0-$, imediat anterior scurtcircuitării bornelor circuitelor electrice de fază statorice ale motorului.

2. ANALIZA PROCESULUI TRANZITORIU ELECTROMAGNETIC PROVOCAT DE SCURTCIRCUITUL BRUSC TRIFAZAT LA BORNELE ÎNFĂȘURĂRII STATORICE A UNUI MOTOR DE INDUCȚIE (ASINCRON) TRIFAZAT

Adoptând notația, $\underline{\psi}'_{r,sc}{}^{(s)}(t) = \underline{\psi}'_{r,sc}(t) e^{j\omega t}$, pentru fazorul reprezentativ al fluxurilor magnetice totale instantanee ale înfășurărilor echivalente de fază rotorice în scurtcircuit (raportate la înfășurarea statorică) – definit în planul complex confundat cu planul secțiunii

transversale a motorului și reperat în sistemul fix de coordonate al statorului (cu simbolul-exponent (s)) – și aplicând transformarea Laplace ecuațiilor diferențiale (în domeniul timp) liniare omogene (1)–(2) cu condițiile inițiale (6) și (7), rezultă sistemul algebric în complex:

$$\underline{\psi}_{s,sc}(t=0-) = \underline{\Psi}_s = (s+1/\sigma T_s)\underline{\tilde{\psi}}_{s,sc}(s) - (L_m/L'_r\sigma T_s)\underline{\tilde{\psi}}'_{r,sc}(s), \quad (8)$$

$$\underline{\psi}'_{r,sc}(t=0-) = \underline{\Psi}'_r = -(L_m/L_s\sigma T_r)\underline{\tilde{\psi}}_{s,sc}(s) + (s+1/\sigma T_r - j\omega)\underline{\tilde{\psi}}'_{r,sc}(s), \quad (9)$$

cu soluția:

$$\begin{aligned} \underline{\tilde{\psi}}_{s,sc}(s) &= \frac{\underline{\Psi}_s(s+1/\sigma T_r - j\omega) + \underline{\Psi}'_r L_m/L'_r\sigma T_s}{s^2 + s(1/\sigma T_s + 1/\sigma T_r - j\omega) + (1/T_r - j\omega)/\sigma T_s} \\ &= \frac{\underline{\Psi}_s(s+1/\sigma T_r - j\omega) + \underline{\Psi}'_r L_m/L'_r\sigma T_s}{(s-\underline{s}_1)(s-\underline{s}_2)}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \underline{\tilde{\psi}}'_{r,sc}(s) &= \frac{\underline{\Psi}_s L_m/L_s\sigma T_r + \underline{\Psi}'_r(s+1/\sigma T_s)}{s^2 + s(1/\sigma T_s + 1/\sigma T_r - j\omega) + (1/T_r - j\omega)/\sigma T_s} \\ &= \frac{\underline{\Psi}_s L_m/L_s\sigma T_r + \underline{\Psi}'_r(s+1/\sigma T_s)}{(s-\underline{s}_1)(s-\underline{s}_2)}, \end{aligned} \quad (11)$$

Unde $\underline{s}_{1,2}$ reprezintă rădăcinile trinomului de gradul doi cu coeficienți complecși de la numitorul funcțiilor raționale complexe (10) și (11), având expresiile:

$$\begin{aligned} \underline{s}_{1,2} &= \frac{1}{2} \left[-\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1}{\sigma T_r} \right) + j\omega \pm \sqrt{\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1}{\sigma T_r} - j\omega \right)^2 - \frac{4}{\sigma T_s} \left(\frac{1}{T_r} - j\omega \right)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[-\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1}{\sigma T_r} \right) + j\omega \pm \sqrt{\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1}{\sigma T_r} \right)^2 - \omega^2 - \frac{4}{\sigma T_s T_r} + j2\omega \left(\frac{1}{\sigma T_s} - \frac{1}{\sigma T_r} \right)} \right]; \\ \underline{s}_1 &= -\frac{1}{T_1} + j\omega_1, \quad \underline{s}_2 = -\frac{1}{T_2} + j\omega_2, \end{aligned} \quad (12)$$

cu notațiile introduse (la calculul rădăcinilor pătrate ale numărului complex),

$$\frac{1}{T_{1,2}} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1}{\sigma T_r} \right) \mp \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{x^2 + y^2} + x \right)} \right], \quad \omega_{1,2} = \frac{1}{2} \left[\omega \pm \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{x^2 + y^2} - x \right)} \right] \quad (13)$$

și

$$x = \left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1}{\sigma T_r} \right)^2 - \omega^2 - \frac{4}{\sigma T_s T_r}, \quad y = 2\omega \left(\frac{1}{\sigma T_s} - \frac{1}{\sigma T_r} \right). \quad (14)$$

Relațiile liniare între fazorii reprezentativi ai fluxurilor magnetice totale instantanee ale înfășurărilor de fază statorice și echivalente de fază rotorice (în scurtcircuit) și fazorii spațiali reprezentativi ai intensităților instantanee ale curenților electrici din aceleași înfășurări de fază sunt valabile și între imaginile Laplace ale mărimilor scalare complexe respective, astfel că, ținând seama și de relațiile (10) și (11), rezultă expresiile imaginilor Laplace ale fazorilor spațiali reprezentativi și, respectiv, $\underline{i}'_{r,sc}(t) = \underline{i}'_{r,sc}(t) e^{j\omega t}$

$$\underline{\tilde{i}}_{s,sc}(s) = \frac{1}{\sigma L_s} \left[\underline{\tilde{\psi}}_{s,sc}(s) - (L_m/L'_r)\underline{\tilde{\psi}}'_{r,sc}(s) \right] = \frac{\underline{\Psi}_s(s+1/T_r - j\omega) - \underline{\Psi}'_r(L_m/L'_r)s}{\sigma L_s(s-\underline{s}_1)(s-\underline{s}_2)}$$

$$\tilde{i}'_{r,sc}(s) = \frac{1}{\sigma L'_r} \left[\tilde{\psi}'_{r,sc}(s) - (L_m / L_s) \tilde{\psi}_{s,sc}(s) \right] = \frac{-\underline{\Psi}_s (L_m / L_s)(s - j\omega) + \underline{\Psi}'_r (s + 1/T_s)}{\sigma L'_r (s - \underline{s}_1)(s - \underline{s}_2)} \quad (15)$$

Prin utilizarea transformării Laplace inverse, din expresiile (15)–(16) se obțin funcțiile de timp ale fazorilor spațiali reprezentativi $\underline{i}_{s,sc}(t)$ și $\underline{i}'_{r,sc}(t) = \underline{i}'_{r,sc}(t) e^{j\omega t}$ ce caracterizează procesul tranzitoriu electromagnetic analizat:

$$\begin{aligned} \underline{i}_{s,sc}(t) &= \frac{\underline{\Psi}_s}{\sigma L_s} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s + 1/T_r - j\omega}{(s - \underline{s}_1)(s - \underline{s}_2)} \right\} - \frac{L_m}{\sigma L_s L'_r} \underline{\Psi}'_r \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s}{(s - \underline{s}_1)(s - \underline{s}_2)} \right\} \\ &= \frac{1}{\sigma L_s (\underline{s}_1 - \underline{s}_2)} \left(\left[\frac{\underline{\Psi}_s (\underline{s}_1 + 1/T_r - j\omega) - \frac{L_m}{L'_r} \underline{s}_1 \underline{\Psi}'_r}{e^{\underline{s}_1 t}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left[\frac{\underline{\Psi}_s (\underline{s}_2 + 1/T_r - j\omega) - \frac{L_m}{L'_r} \underline{s}_2 \underline{\Psi}'_r}{e^{\underline{s}_2 t}} \right] \right) \right), \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{i}'_{r,sc}(t) e^{j\omega t} &= -\frac{L_m \underline{\Psi}_s}{\sigma L_s L'_r} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s - j\omega}{(s - \underline{s}_1)(s - \underline{s}_2)} \right\} + \frac{\underline{\Psi}'_r}{\sigma L'_r} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s + 1/T_s}{(s - \underline{s}_1)(s - \underline{s}_2)} \right\} \\ &= \frac{1}{\sigma L'_r (\underline{s}_1 - \underline{s}_2)} \left(\left[-\frac{L_m \underline{\Psi}_s (\underline{s}_1 - j\omega) + \underline{\Psi}'_r (\underline{s}_1 + 1/T_s)}{e^{\underline{s}_1 t}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left[\frac{L_m \underline{\Psi}_s (\underline{s}_2 - j\omega) - \underline{\Psi}'_r (\underline{s}_2 + 1/T_s)}{e^{\underline{s}_2 t}} \right] \right) \right), \quad (18) \end{aligned}$$

constantele complexe, $\underline{\Psi}_s$, $\underline{\Psi}'_r$, având expresiile (6) și (7).

Se verifică, pentru fazorii spațiali reprezentativi $\underline{i}_{s,sc}(t)$ și $\underline{i}'_{r,sc}(t) e^{j\omega t}$, condițiile inițiale:

$$\begin{aligned} \underline{i}_{s,sc}(t=0) &= [\underline{\Psi}_s (\underline{s}_1 - \underline{s}_2) - (L_m / L'_r) \underline{\Psi}'_r (\underline{s}_1 - \underline{s}_2)] / \sigma L_s (\underline{s}_1 - \underline{s}_2) = [\underline{\Psi}_s - (L_m / L'_r) \underline{\Psi}'_r] / \sigma L_s = \underline{I}_s, \\ \underline{i}'_{r,sc}(t=0) e^{j\omega t|_{t=0}} &= [-(L_m / L_s) \underline{\Psi}_s (\underline{s}_1 - \underline{s}_2) + \underline{\Psi}'_r (\underline{s}_1 - \underline{s}_2)] / \sigma L'_r (\underline{s}_1 - \underline{s}_2) \\ &= [-(L_m / L_s) \underline{\Psi}_s + \underline{\Psi}'_r] / \sigma L'_r = \underline{I}'_r, \end{aligned}$$

unde constantele complexe \underline{I}_s , \underline{I}'_r , sunt definite, în funcție de $\underline{\Psi}_s$, $\underline{\Psi}'_r$, prin ecuațiile fazoriale de regim electromagnetic permanent armonic (6) și (7).

Din expresiile (17) și (18),

– rezultă că la sfârșitul procesului tranzitoriu electromagnetic, fazorii spațiali reprezentativi ai intensităților curenților electrici din înfășurările de fază scurtcircuitate, satorice și echivalente rotorice, ale motorului devin nuli, $\underline{i}_{s,sc}(t \rightarrow \infty) = 0$, $\underline{i}'_{r,sc}(t \rightarrow \infty) e^{j\omega t|_{t \rightarrow \infty}} = 0$;

– se explicitează componentele fazorilor spațiali reprezentativi $\underline{i}_{s,sc}(t)$ și $\underline{i}'_{r,sc}(t) e^{j\omega t}$, a căror evoluție în timp caracterizează procesul tranzitoriu electromagnetic provocat de scurtcircuitarea

bruscă și simultană a bornelor de alimentare ale înfășurărilor de fază statorice ale motorului – aflat în mișcare de rotație uniformă cu viteza unghiulară electrică (de rotație) rotorică ω :

- perechea de componente tranzitorii $\underline{i}_{s1,sc}(t)$ și $\underline{i}'_{r1,sc}(t)e^{j\omega t}$, desemnând fazori spațiali reprezentativi, care (i) au module exponențial degresive (de la $|\underline{i}_{s1,sc}(t=0)|$ și $|\underline{i}'_{r1,sc}(t=0)|$, la zero) cu constanta de timp T_1 , definită prin relațiile (13)–(14), și (ii) se rotesc, în sens trigonometric direct, în spirală spre originea planului complex (confundat cu planul secțiunii transversale a motorului) cu viteza unghiulară ω_1 , exprimată prin relațiile (13)–(14),

$$\underline{i}_{s1,sc}(t) = \frac{e^{-t/T_1}}{\sigma L_s(\underline{s}_1 - \underline{s}_2)} \left[\underline{\Psi}_s(\underline{s}_1 + 1/T_r - j\omega) - (L_m/L_r)\underline{s}_1 \underline{\Psi}'_r \right] e^{j\omega t} = \underline{I}_{s1,sc} e^{-t/T_1} \cdot e^{j\omega t}, \quad (19)$$

$$\underline{i}'_{r1,sc}(t)e^{j\omega t} = \frac{e^{-t/T_1}}{\sigma L'_r(\underline{s}_1 - \underline{s}_2)} \left[-(L_m/L_s)\underline{\Psi}_s(\underline{s}_1 - j\omega) + \underline{\Psi}'_r(\underline{s}_1 + 1/T_s) \right] e^{j\omega t} = \underline{I}'_{r1,sc} e^{-t/T_1} \cdot e^{j\omega t}; \quad (20)$$

perechea de componente tranzitorii $\underline{i}_{s2,sc}(t)$ și $\underline{i}'_{r2,sc}(t)e^{j\omega t}$, desemnând fazori spațiali reprezentativi, care (i) au module exponențial degresive (de la $|\underline{i}_{s2,sc}(t=0)|$ și $|\underline{i}'_{r2,sc}(t=0)|$, la zero) cu constanta de timp T_2 , definită prin relațiile (13)–(14), și (ii) descriu, fiecare, în sens trigonometric direct, câte un arc de curbă plană foarte aplatizată (cu o curbură aproape nulă), având extremitatea finală (corespunzătoare sfârșitului procesului tranzitoriu electromagnetic) în originea O a planului complex (confundat cu planul secțiunii transversale a motorului),

$$\underline{i}_{s2,sc}(t) = \frac{e^{-t/T_2}}{\sigma L_s(\underline{s}_1 - \underline{s}_2)} \left[-\underline{\Psi}_s(\underline{s}_2 + 1/T_r - j\omega) + (L_m/L_r)\underline{s}_2 \underline{\Psi}'_r \right] e^{j\omega t} = \underline{I}_{s2,sc} e^{-t/T_2} \cdot e^{j\omega t}, \quad (21)$$

$$\underline{i}'_{r2,sc}(t)e^{j\omega t} = \frac{e^{-t/T_2}}{\sigma L'_r(\underline{s}_1 - \underline{s}_2)} \left[(L_m/L_s)\underline{\Psi}_s(\underline{s}_2 - j\omega) - \underline{\Psi}'_r(\underline{s}_2 + 1/T_s) \right] e^{j\omega t} = \underline{I}'_{r2,sc} e^{-t/T_2} \cdot e^{j\omega t}; \quad (22)$$

Funcțiile de timp ale intensităților $\underline{i}_{sA,sc}(t)$ și $\underline{i}'_{rA,sc}(t)$ ale curenților electrici tranzitorii de fază, statorică A și echivalentă rotorică a (în scurtcircuit),

$$\underline{i}_{sA,sc}(t) = \Re\{\underline{i}_{s,sc}(t)\} = \Re\{\underline{i}_{s1,sc}(t)\} + \Re\{\underline{i}_{s2,sc}(t)\}, \quad (23)$$

$$\underline{i}'_{rA,sc}(t) = \Re\{\underline{i}'_{r,sc}(t)e^{j\omega t}\} = \Re\{\underline{i}'_{r1,sc}(t)e^{j\omega t}\} + \Re\{\underline{i}'_{r2,sc}(t)e^{j\omega t}\}, \quad (24)$$

se determină, utilizând expresiile (19)–(22) ale componentelor fazorilor spațiali reprezentativi, $\underline{i}_{s,sc}(t)$ și $\underline{i}'_{r,sc}(t)e^{j\omega t}$. Fiecare dintre relațiile anterioare (23) și (24) relevă contribuția a două funcții de timp tranzitorii (i) o funcție pseudoarmonică, având amplitudinea descrescătoare exponențial cu constanta de timp T_1 , definită prin relațiile (13)–(14), și pseudopulsăția ω_1 , exprimată prin relațiile (13)–(14), și, respectiv, (ii) o funcție aperiodică amortizată exponențial cu constanta de timp T_2 , definită prin relațiile (13)–(14). Ambele componente ale funcțiilor de timp tranzitorii $\underline{i}_{sA,sc}(t)$ și $\underline{i}'_{rA,sc}(t)$ depind, prin condițiile inițiale (6)–(7), de constanta complexă, $\underline{U}_{s(0-)} = \underline{u}_s(t=0-) = \hat{U}_s e^{j\gamma_{st}(0-)}$, admisă cunoscută *a priori*.

În continuare, utilizând relațiile (19)–(22), se determină expresia momentului, $m_{em,sc}(t)$, al cuplului rezultat de forțe electromagnetice dezvoltat de motorul de inducție (asincron) trifazat în procesul tranzitoriu electromagnetic analizat:

$$m_{em,sc}(t) = (3/2)pL_m \Im\{i_{-s,sc}(t)i_{-r,sc}^*(t)e^{-j\omega t}\} = m_{em1,sc}(t) + m_{em2,sc}(t) + m_{em3,sc}(t), \quad (25)$$

unde p denotă numărul de perechi de poli magnetici statorici / rotorici, iar simbolul–asterisc (*) desemnează operatorul de conjugare complexă.

Expresia (25) conține următoarele trei componente aditive tranzitorii,

$$\begin{aligned} m_{em1,sc}(t) &= (3/2)pL_m \Im\{i_{-s1,sc}^*(t)i_{-r1,sc}^*(t)e^{-j\omega t}\} = (3/2)pL_m \Im\{I_{-s1,sc} e^{-t/T_1} \cdot e^{j\omega t} I_{-r1,sc}^* e^{-t/T_1} \cdot e^{-j\omega t}\} \\ &= (3/2)pL_m e^{-t/(T_1/2)} \Im\{I_{-s1,sc} I_{-r1,sc}^*\}, \end{aligned} \quad (26)$$

definind o funcție (de timp) aperiodică amortizată exponențial cu constanta de timp $T_1/2$;

$$\begin{aligned} m_{em2,sc}(t) &= (3/2)pL_m \Im\{i_{-s2,sc}^*(t)i_{-r2,sc}^*(t)e^{-j\omega t}\} = (3/2)pL_m \Im\{I_{-s2,sc} e^{-t/T_2} \cdot e^{j\omega t} I_{-r2,sc}^* e^{-t/T_2} \cdot e^{-j\omega t}\} \\ &= (3/2)pL_m e^{-t/(T_2/2)} \Im\{I_{-s2,sc} I_{-r2,sc}^*\}, \end{aligned} \quad (27)$$

definind o funcție (de timp) aperiodică amortizată exponențial cu constanta de timp $T_2/2$;

$$\begin{aligned} m_{em3,sc}(t) &= (3/2)pL_m \Im\{[i_{-s1,sc}(t)i_{-r2,sc}^*(t)e^{-j\omega t} + i_{-s2,sc}(t)i_{-r1,sc}^*(t)e^{-j\omega t}]\} \\ &= (3/2)pL_m \Im\{I_{-s1,sc} e^{-t/T_1} \cdot e^{j\omega t} I_{-r2,sc}^* e^{-t/T_2} \cdot e^{-j\omega t} + I_{-s2,sc} e^{-t/T_2} \cdot e^{j\omega t} I_{-r1,sc}^* e^{-t/T_1} \cdot e^{-j\omega t}\} \\ &= (3/2)pL_m e^{-t/[T_1 T_2 / (T_1 + T_2)]} \Im\{I_{-s1,sc} I_{-r2,sc}^* e^{j(\omega_1 - \omega_2)t} + I_{-s2,sc} I_{-r1,sc}^* e^{-j(\omega_1 - \omega_2)t}\}, \end{aligned} \quad (28)$$

definind o funcție (de timp) oscilatorie armonică amortizată (pseudoarmonică), de amplitudine descrescătoare exponențial cu constanta de timp $T_1 T_2 / (T_1 + T_2)$ și de pseudopulsăție $\omega_1 - \omega_2$.

3. REZULTATE NUMERICE ALE STUDIULUI DE CAZ

Se consideră un motor de inducție (asincron) tetrapolar, cu puterea mecanică utilă nominală $P_{mecN} = 30$ [kW], înfășurările de fază statorice conectate în stea cu punctul neutru al stelei izolat și cu parametrii de circuit electric, $R_s = 0,16$ [Ω], $L_{\sigma s} = 1,15$ [mH], $L_m = 48,85$ [mH], și înfășurarea rotorică polifazată (tip colivie simplă) în scurtcircuit echivalată cu o înfășurare trifazată, conectată în stea (cu punctul neutru (fictiv) al stelei izolat) și închisă în scurtcircuit cu parametrii de circuit electric ai înfășurării echivalente de fază rotorică (în scurtcircuit), raportați la înfășurarea statorică, $R_r' = 0,078$ [Ω], $L_{\sigma r}' = 1,63$ [mH].

Motorul funcționează în sarcină mecanică, în regim electromagnetic permanent armonic – fiind alimentat cu sistem trifazat simetric de tensiuni electrice armonice în timp, cu valoarea de vârf (de fază) $\hat{U}_s = 311$ [V] și pulsația $\omega_s = 314$ [rad el./s] – și în regim electromecanic permanent constant, având rotorul și arborele acestuia în mișcare de rotație uniformă cu viteza unghiulară electrică (de rotație) $\omega = 304,6$ [rad el./s].

Pentru datele precizate ale motorului, se calculează:

$$T_s = L_s / R_s = (L_{\sigma s} + L_m) / R_s = (1,15 + 48,85) \cdot 10^{-3} / 0,16 = 0,312 \text{ [s]},$$

$$T_r = L_r' / R_r' = (L_{\sigma r}' + L_m) / R_r' = (1,63 + 48,85) \cdot 10^{-3} / 0,078 = 0,647 \text{ [s]},$$

$$\sigma = 1 - (L_m^2 / L_s L_r') = 1 - [48,85^2 / (50 \cdot 50,48)] = 1 - 0,945 = 0,055,$$

$$\begin{aligned}
\sigma T_s &= 0,055 \cdot 0,312 = 0,017 \text{ [s]}, \quad \sigma T_r = 0,055 \cdot 0,647 = 0,035 \text{ [s]}, \\
S &= (\omega_s - \omega) / \omega_s = (314 - 304,6) / 314 = 0,03, \\
x &= (1 / \sigma T_s + 1 / \sigma T_r)^2 - \omega^2 - 4 / \sigma T_s T_r = 87,39^2 - 92781,16 - 363,67 = -85507, \\
y &= 2\omega(1 / \sigma T_s - 1 / \sigma T_r) = 609,2 \cdot 30,25 = 18428,3, \\
1 / T_1 &= (1 / 2) \left[87,39 - \sqrt{(87470,28 - 85507) / 2} \right] = (87,39 - 31,33) / 2 = 28,03 \text{ [s}^{-1}\text{]}, \\
1 / T_2 &= (87,39 + 31,33) / 2 = 59,36 \text{ [s}^{-1}\text{]}, \quad T_1 = 1 / 28,03 = 0,0357 \text{ [s]}, \quad T_2 = 1 / 59,36 = 0,0168 \text{ [s]}, \\
\omega_1 &= (1 / 2) \left[\omega + \sqrt{(\sqrt{x^2 + y^2} - x) / 2} \right] = (304,6 + 294,1) / 2 = 299,35 \text{ [rad el./s]}, \\
\omega_2 &= (304,6 - 294,1) / 2 = 5,25 \text{ [rad el./s]}, \\
\underline{s}_1 &= -1 / T_1 + j\omega_1 = -28,03 + j299,35, \quad \underline{s}_2 = -1 / T_2 + j\omega_2 = -59,36 + j5,25, \\
\underline{s}_1 - \underline{s}_2 &= (-28,03 + 59,36) + j(299,35 - 5,25) = 31,33 + j294,1;
\end{aligned}$$

se exprimă în valori numerice condițiile inițiale (6)–(7), admitând cunoscută *a priori* constanta complexă, $\underline{U}_{s(0-)} = \underline{u}_s(t=0-) = \hat{U}_s e^{j\gamma_{us(0-)}} = \hat{U}_s = 311 \text{ [V]}$, adică, tensiunea electrică la bornele înfășurării de fază statorică *A* are valoarea de vârf, la momentul de timp ($t=0$) al scurtcircuitării bruște și simultane a bornelor înfășurărilor de fază statorice ale motorului,

$$\begin{aligned}
\underline{\Psi}_s &= \frac{L_s(R_r' / S + j\sigma L_r' \omega_s) \underline{U}_{s(0-)}}{L_m^2 \omega_s^2 + (R_s + jL_s \omega_s)(R_r' / S + jL_r' \omega_s)} = \frac{15,55(2,6 + j0,87)}{235,28 + (0,16 + j15,7)(2,6 + j15,85)} = 0,027 - j0,941, \\
\underline{\Psi}'_r &= \frac{(L_m R_r' / S) \underline{U}_{s(0-)}}{L_m^2 \omega_s^2 + (R_s + jL_s \omega_s)(R_r' / S + jL_r' \omega_s)} = \frac{39,5}{235,28 + (0,16 + j15,7)(2,6 + j15,85)} \\
&= -0,253 - j0,834;
\end{aligned}$$

și se transcriu numeric expresiile (17) și (18) ale funcțiilor de timp $\underline{i}_{s,sc}(t)$ și $\underline{i}'_{r,sc}(t)e^{j\omega t}$, ce caracterizează procesul tranzitoriu electromagnetic provocat de scurtcircuitul brusc trifazat la bornele înfășurărilor de fază statorice ale motorului,

$$\begin{aligned}
\underline{i}_{s,sc}(t) &= \underline{i}_{s1,sc}(t) + \underline{i}_{s2,sc}(t) = \underline{I}_{s1,sc} e^{(-1/T_1 + j\omega_1)t} + \underline{I}_{s2,sc} e^{(-1/T_2 + j\omega_2)t} \\
&= \frac{(-254,19 + j75,46) e^{(-28,03 + j299,35)t}}{0,055 \cdot 0,05(31,33 + j294,1)} + \frac{(302,02 + j0,32) e^{(-59,36 + j5,25)t}}{0,055 \cdot 0,05(31,33 + j294,1)} \\
&= (59,15 + j320,58) e^{(-28,03 + j299,35)t} + (39,72 - j369,19) e^{(-59,36 + j5,25)t}, \quad (29)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\underline{i}'_{r,sc}(t)e^{j\omega t} &= \underline{i}'_{r,sc}(t)e^{j304,6t} = \underline{i}'_{r1,sc}(t)e^{j304,6t} + \underline{i}'_{r2,sc}(t)e^{j304,6t} = \underline{I}'_{r1,sc} e^{(-1/T_1 + j\omega_1)t} + \underline{I}'_{r2,sc} e^{(-1/T_2 + j\omega_2)t} \\
&= (-63,94 - j327,07) e^{(-28,03 + j299,35)t} + (-36,68 + j357,81) e^{(-59,36 + j5,25)t}. \quad (30)
\end{aligned}$$

Aplicând operatorul 'parte reală' expresiilor numerice în complex (29) și (30), rezultă funcțiile de timp ale intensităților curenților electrici tranzitorii din înfășurările (scurtcircuitate) de fază, statorică *A* și echivalentă rotorică *a*,

$$\begin{aligned}
i_{sA,sc}(t) &= \Re \{ \underline{i}_{s,sc}(t) \} = \Re \{ \underline{i}_{s1,sc}(t) \} + \Re \{ \underline{i}_{s2,sc}(t) \} \\
&= \Re \{ (59,15 + j320,58) e^{(-28,03 + j299,35)t} \} + \Re \{ (39,72 - j369,19) e^{(-59,36 + j5,25)t} \}, \quad (31)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i'_{ra,sc}(t) &= \Re\{i'_{\underline{r},sc}(t)e^{j304,6t}\} = \Re\{i'_{r1,sc}(t)e^{j304,6t}\} + \Re\{i'_{r2,sc}(t)e^{j304,6t}\} \\
&= \Re\{(-63,94 - j327,07)e^{(-28,03+j299,35)t}\} + \Re\{(-36,68 + j357,81)e^{(-59,36+j5,25)t}\} \quad (32)
\end{aligned}$$

Pentru determinarea funcției de timp a (valorii scalare) momentului, $m_{em,sc}(t)$, al cuplului rezultat de forțe electromagnetice dezvoltat de motor pe durata procesului tranzitoriu electromagnetic analizat, se introduc expresiile numerice (29), pentru $i_{\underline{s},sc}(t)$, și, respectiv,

$$\begin{aligned}
i'_{\underline{r},sc}(t)e^{-j304,6t} &= i'_{r1,sc}(t)e^{-j304,6t} + i'_{r2,sc}(t)e^{-j304,6t} \\
&= (-63,94 + j327,07)e^{(-28,03-j299,35)t} + (-36,68 - j357,81)e^{(-59,36-j5,25)t} \quad (33)
\end{aligned}$$

pentru $i'_{\underline{r},sc}(t)e^{-j304,6t}$, și se obține:

$$\begin{aligned}
m_{em,sc}(t) &= (3/2)pL_m \Im\{i_s(t)i_r'(t)e^{-j\omega t}\} = 0,1465 \Im\{i_s(t)i_r'(t)e^{-j304,6t}\} \\
&= 0,1465 \Im\{[(59,15 + j320,58)e^{(-28,03+j299,35)t} + (39,72 - j369,19)e^{(-59,36+j5,25)t}] \\
&\quad \times [(-63,94 + j327,07)e^{(-28,03-j299,35)t} + (-36,68 - j357,81)e^{(-59,36-j5,25)t}]\} \quad (34)
\end{aligned}$$

În Fig.1, a, b, sunt trasate (în Mathcad 15.0) hodografele fazorilor spațiali reprezentativi $i_{\underline{s},sc}(t)$ și $i'_{\underline{r},sc}(t)e^{j304,6t}$, cu expresiile numerice (29) și, respectiv (30), pentru intervalul de timp $[0; 0,5]$ s]. Se verifică grafic condițiile inițiale,

$$i_{\underline{s},sc}(t=0) = \underline{I}_s = (59,15 + j320,58) + (39,72 - j369,19) = 98,87 - j48,61,$$

$$\begin{aligned}
i'_{\underline{r},sc}(t=0)e^{j304,6t}|_{t=0} &= i'_{\underline{r},sc}(t=0) = \underline{I}'_r = (-63,94 - j327,07) + (-36,68 + j357,81) \\
&= -100,62 + j30,74,
\end{aligned}$$

obținute prin particularizarea expresiilor numerice (29) și (30), pentru $t=0$, și valorile nule, $i_{\underline{s},sc}(t=0,5 [s]) = 0$, $i'_{\underline{r},sc}(t=0,5 [s])e^{j304,6 \cdot 0,5} = 0$, de la sfârșitul procesului tranzitoriu electro - magnetic analizat.

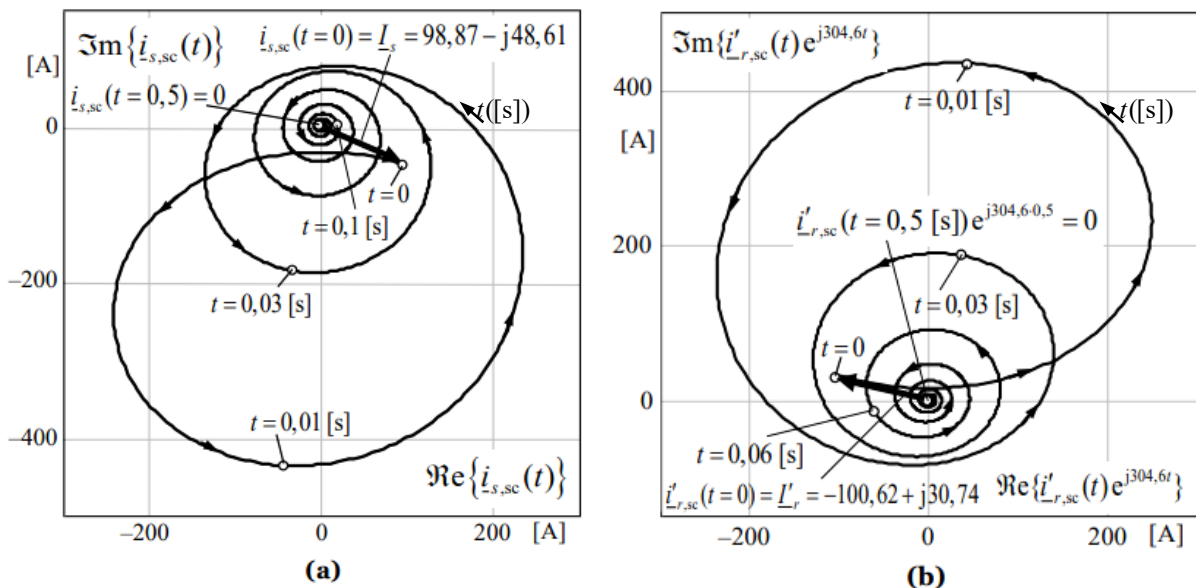


Fig. 1. Hodografele fazorilor spațiali reprezentativi $i_{\underline{s},sc}(t)$ (a) și, respectiv, $i'_{\underline{r},sc}(t)e^{j304,6t}$ (b), pentru intervalul de timp $[0; 0,5]$ s] din durata procesului tranzitoriu electromagnetic provocat de scurtcircuitarea bruscă și simultană a bornelor de alimentare ale circuitelor electrice de fază statorice ale motorului de inducție (asincron) trifazat – aflat în mișcare de rotație uniformă cu viteza unghiulară electrică și rotorică $\omega = 304,6$ [rad el./s].

În Fig.2 și Fig.3, sunt reprezentate (în Mathcad 15.0) funcțiile de timp, $i_{sA,sc}(t) = \Re\{i_{s,sc}(t)\}$ și $i'_{ra,sc}(t) = \Re\{i'_{r,sc}(t)e^{j304,6t}\}$, având expresiile numerice (31) și (32), pe durata procesului tranzitoriu electromagnetic analizat. Se verifică grafic condițiile inițiale,

$$i_{sA,sc}(t=0) = \Re\{i_{s,sc}(t=0)\} = 98,87 \text{ [A]}, i'_{ra,sc}(t=0) = \Re\{i'_{r,sc}(t=0)e^{j304,6t}\} = -100,62 \text{ [A]},$$

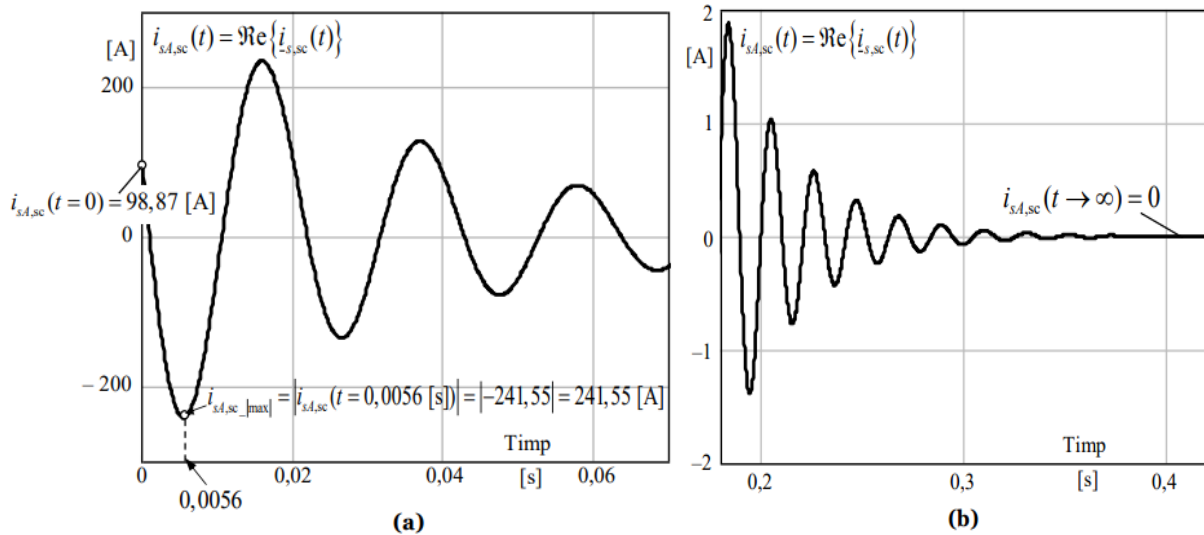


Fig. 2. Cronograma intensității $i_{sA,sc}(t) = \Re\{i_{s,sc}(t)\}$ a curentului electric din înfășurarea de fază statorică A , la începutul (a), respectiv, la sfârșitul (b), procesului tranzitoriu electromagnetic provocat de scurtcircuitarea bruscă și simultană a bornelor de alimentare ale circuitelor electrice de fază statorice ale motorului de inducție (asincron) trifazat – aflat în mișcare de rotație uniformă

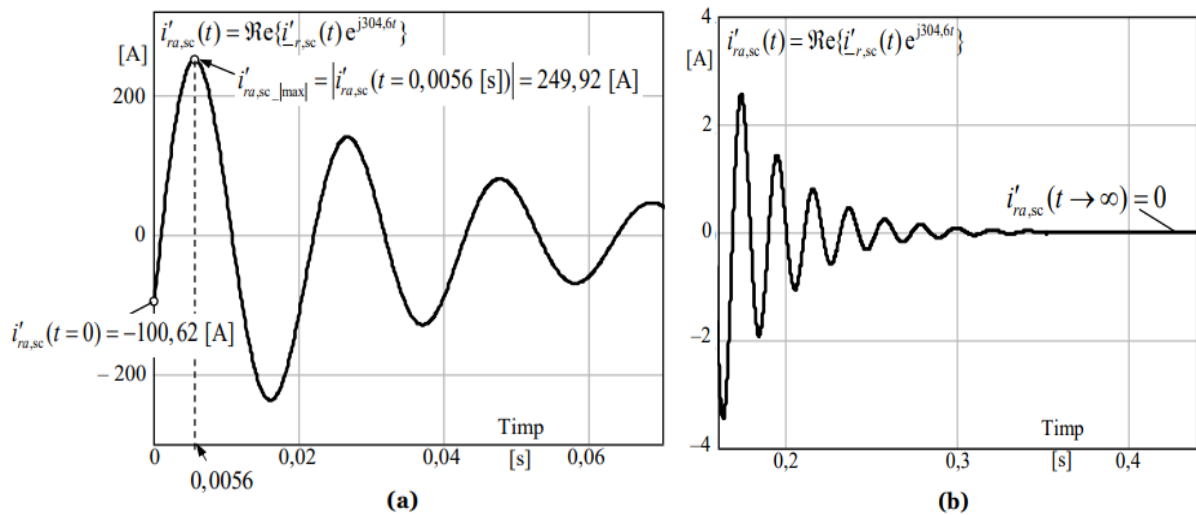


Fig. 3. Cronograma intensității $i'_{ra,sc}(t) = \Re\{i'_{r,sc}(t)e^{j304,6t}\}$ a curentului electric din înfășurarea echivalentă de fază rotorică a , în scurtcircuit (raportată la înfășurarea statorică), la începutul (a), respectiv, la sfârșitul (b), procesului tranzitoriu electromagnetic provocat de scurtcircuitarea bruscă și simultană a bornelor de alimentare ale circuitelor electrice de fază statorice ale motorului de inducție(asincron) trifazat – aflat în mișcare de rotație uniformă cu viteza unghiulară electrică rotorică $\omega = 304,6 \text{ [rad el./s]}$.

și se determină valorile maxime (în modul) instantanee,

$$i_{sA,sc_max} = |i_{sA,sc}(t=0,0056 \text{ [s]})| = |-241,55| = 241,55 \text{ [A]}, i'_{ra,sc_max} = |i'_{ra,sc}(t=0,0056 \text{ [s]})| = 249,92 \text{ [A]},$$

din timpul procesului tranzitoriu electromagnetic

În Fig.4, a, b, este reprezentată grafic (în Mathcad 15.0) funcția de timp – cu expresia numerică (34) – a momentului $m_{em,sc}(t)$ al cuplului rezultat de forțe electromagnetice dezvoltat de motorul de inducție (asincron) trifazat la începutul, respectiv, la sfârșitul procesului tranzitoriu electromagnetic analizat. Se determină grafic: (i) valoarea scalară, $m_{em,sc}(t=0) = 271,3$ [Nm], care, ținând seama de condițiile inițiale,

$$\underline{i}_{s,sc}(t=0) = \underline{I}_s = 98,87 - j48,61, \quad \underline{i}'_{-r,sc}(t=0) e^{j304,6t}|_{t=0} = \underline{i}'_{-r,sc}(t=0) = \underline{I}'_{-r} = -100,62 + j30,74,$$

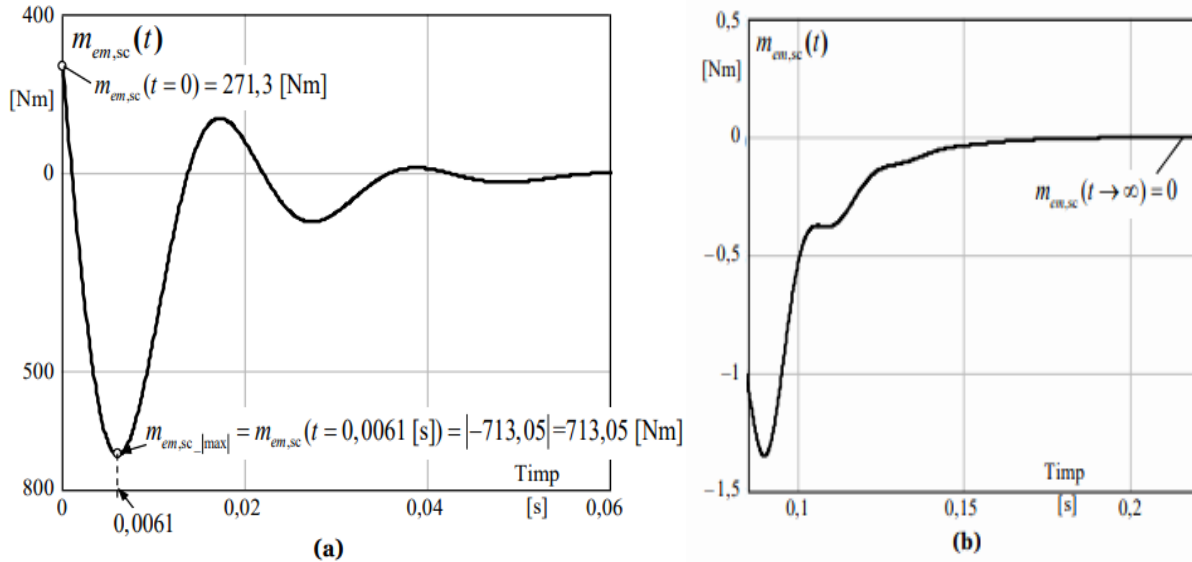


Fig. 4. Cronograma valorii scalare $m_{em,sc}(t)$ a momentului cuplului rezultat de forțe electromagnetice dezvoltat de motorul de inducție (asincron) trifazat – aflat în mișcare de rotație uniformă cu viteza unghiulară electrică rotorică $\omega = 304,6$ [rad el./s] – la începutul (a), respectiv, la sfârșitul (b), procesului tranzitoriu electromagnetic provocat de scurtcircuitarea bruscă și simultană a bornelor de alimentare ale circuitelor electrice de fază statorice ale motorului.

se verifică prin calcul direct,

$$\begin{aligned} m_{em,sc}(t=0) &= 0,1465 \Im \{ \underline{i}_{s,sc}(t=0) \cdot \underline{i}'_{-r,sc}^*(t=0) \} = 0,1465 \Im \{ \underline{I}_s \underline{I}'_{-r}^* \} \\ &= 0,1465 \Im \{ (98,87 - j48,61)(-100,62 - j30,74) \} = 271,3 \text{ [Nm]}. \end{aligned}$$

4. CONCLUZIE

Procesul tranzitoriu electromagnetic provocat de scurtcircuitarea bruscă și simultană a bornelor de alimentare ale înfășurărilor de fază statorice ale motorului de inducție (asincron) trifazat – aflat în mișcare de rotație uniformă – se caracterizează prin evoluția temporală

- a intensităților curenților electrici din înfășurărilor de fază scurtcircuitate, statorică și echivalentă rotorică (raportată la înfășurarea statorică), evidențiind, deopotrivă, contribuția a două componente funcții de timp tranzitorii, (i) o funcție pseudoarmonică, având amplitudinea exponențial degresivă cu constanta de timp T_1 și pseudopulsăția ω_1 și (ii) o funcție aperiodică amortizată exponențial cu constanta de timp T_2 ; valorile maxime (în modul) tranzitorii ale intensităților curenților electrici din înfășurărilor de fază scurtcircuitate, statorică și echivalentă rotorică (raportată la înfășurarea statorică), sunt atinse după un răstimp foarte scurt (de ordinul de mărime [ms]) de la momentul de timp $t=0$ (al scurtcircuitării bruște și simultane a bornelor de alimentare ale circuitelor electrice de fază statorice ale motorului) și (în studiul de caz considerat) sunt de peste două ori mai mari decât valorile de regim permanent armonic ale intensităților curenților electrici din înfășurărilor de fază statorice, respectiv, echivalente

rotorice, la momentul de timp $t = 0^-$ (imediat anterior scurtcircuitului bruscat trifazat la bornele înfășurării statorice a motorului), impunând măsuri de protecție împotriva supracurenților electrice din conductoarele înfășurărilor statorice de fază;

- a momentului cuplului rezultat de forțe electromagnetice dezvoltat de motor, constând din trei componente aditive tranzitorii – (i) o funcție de timp aperiodică amortizată exponențial cu constanta de timp $T_1/2$, (ii) o funcție de timp aperiodică amortizată exponențial cu constanta de timp $T_2/2$, și, respectiv, (iii) o funcție de timp oscilatorie armonică amortizată (pseudoarmonică), având amplitudinea exponențial degresivă cu constanta de timp $T_1 T_2 / (T_1 + T_2)$ și pseudopulsăția $\omega_1 - \omega_2$ – și acționând, în sens contrar celui de rotație a motorului, printr-un moment de cuplu rezultat de forțe electromagnetice de frânare a rotorului și arborelui motorului cu o valoare (maximă) de șoc ce poate provoca ruperea arborelui prin solicitare torsională – în răstimpul foarte scurt (cu ordin de mărime [ms]) ulterior scurtcircuitării bruște și simultane a bornelor de alimentare ale circuitelor electrice statorice de fază; momentul cuplului rezultat de forțe electromagnetice dezvoltat de motor se anulează la sfârșitul procesului tranzitoriu electromagnetic.

Expresiile analitice exacte obținute pentru funcțiile de timp ale intensităților curenților de fază, statorică și echivalentă rotorică în scurtcircuit, precum și a momentului cuplului de forțe electromagnetice dezvoltat de motorul de inducție (asincron) trifazat – funcții de timp ce caracterizează procesul tranzitoriu provocat de scurtcircuitul bruscat trifazat la bornele de alimentare ale înfășurărilor de fază statorice ale motorului – permit dimensionarea corectă a sistemului de protecție la scurtcircuite trifazate a acționărilor electrice cu motoare de inducție (asincrone), fără a recurge la aproximațiile și simplificările prezente în literatura tehnică aferentă [2]–[4] (inclusiv în Standardul IEEE nr. 551 din 2006 [5]), al căror impact negativ asupra preciziei și interpretării fizice ale rezultatelor practice, a fost constatat, îndeosebi, la motoarele de inducție (asincrone) trifazate de mică putere [6].

CONFIRMARE

Lucrarea a fost prezentată la Simpozionul de Mașini Electrice SME'XIX, ediția 2023.

BIBLIOGRAFIE

1. M.M. Rădulescu, *Asupra conceptului de fazor spațial reprezentativ din modelul dinamic al mașinii de inducție trifazate*, Actualități și Perspective în Domeniul Mașinilor Electrice (APME), **18**, 1, pp. 20–35, 2022.
2. W. Huening, *Calculating short-circuit currents with contributions from induction motors*, IEEE Transactions on Industry Applications, **18**, 2, pp. 85-92, 1982.
3. Z. Maljkovic, M. Cettolo, M. Pavlica, *The impact of the induction motor on short-circuit current*, IEEE Industry Applications Magazine, **7**, 4, pp. 11-17, 2001.
4. R.M. Burkart, I.P. Tsoumas, *In-depth analytical investigation of induction motor short-circuit currents*, Proc. 23rd International Conference on Electrical Machines – ICEM 2018, pp. 2371–2377, 2018.
5. ***IEEE Standard 551: *IEEE Recommended Practice for Calculating Short-Circuit Currents in Industrial and Commercial Power Systems*, 2006.
6. E. Sorrentino, A. Vera, *Improved equation to describe the induction motor currents during nearby three-phase short-circuits*, IET Electric Power Applications, **17**, 3, pp. 370–380, 2023.