

**DIMENSIONAREA UNEI ÎNFĂȘURĂRI DE AMORTIZARE CU AJUTORUL
MODELĂRII NUMERICE, PENTRU ATENUAREA OSCILAȚIILOR UNUI
ACTUATOR CU UNGHI LIMITAT**

Ovidiu CRAIU¹, Leonard MELCESCU¹, Teodor Ionuț ICHIM¹,

¹UPB (Universitatea Politehnică București)

ocraiu@yahoo.com, lmelcescu@yahoo.co.uk, ichim_teodor@yahoo.com

Rezumat. Lucrarea prezintă modelarea și dimensionarea unei înfășurări de amortizare a unui actuator al cărui rotor se rotește cu un unghi limitat mecanic, proporțional cu curentul de alimentare. Un model 2D al distribuției câmpului electromagnetic pe baza Metoda Elementelor Finite (MEF) a fost dezvoltat pentru studiul și optimizarea constructivă a actuatorului. Ulterior modelul MEF a fost completat prin adăugarea ecuației de circuit corespunzătoare bobinelor de amortizare aflate în scurtcircuit și a ecuației mecanice ce descrie procesul de amortizare. Studiul amortizării rotorului s-a efectuat prin analiza numerică a deplasării rotorului din poziția de unghi maxim către poziția de nul sub acțiunea arcului de sarcină, atunci când înfășurarea statorică nu a fost alimentată.

De asemenea, în lucrare sunt prezentate și aspecte practice privind implementarea acestor modele numerice utilizând software-ul profesional COMSOL Multiphysics v5.3.

1. INTRODUCERE

Într-o perioadă în care din ce în ce mai multe actuatore devin de tip electric, design-ul și optimizarea acestora capătă un aspect de importanță majoră, în special pentru că ele trebuie să funcționeze cu precizie și să aibă caracteristici de funcționare cât mai liniare. În afară de optimizarea constructivă ce se poate realiza cu ajutorul modelării numerice, multe dintre aceste actuatore au nevoie de o formă sau alta de amortizare, mai ales atunci când funcționează într-un regim dinamic rapid [1]. De aceea actuatorele au în general momente de inerție reduse, iar constanta de timp mecanică poate ajunge la valori comparative cu constanta electrică, ceea ce poate conduce la oscilații în funcționare. Asemănător mașinilor sincrone, actuatorele pot fi echipate cu colivii de amortizare în tălpile polare, dar și cu înfășurări în scurtcircuit plasate în creștăturile înfășurării indusului.

Actuatorul prezentat în această lucrare este utilizat la o valvă hidrolică folosită în domeniul aerospațial. El realizează o deplasare într-un interval de unghi limitat între -15 și +15 grade și acționează o clapetă ce obține și respectiv deschide accesul fluidului hidrolic prin două tuburi [2-4]. Diferența de presiune creată de secțiunile diferite ale deschiderilor tuburilor se transmite în etajul al doilea hidrolic, de presiune mare. Deplasarea unghiulară a actuatorului este proporțională cu curentul de alimentare. Rotorul este echipat cu magneți permanenți, iar în creștăturile statorului se află atât înfășurarea indusului (înfășurarea de comandă), cât și înfășurarea de amortizare.

Deoarece înfășurarea indusului și cea de amortizare ocupă spațiul comun al creștăturilor, este necesar calculul spațiului optim ce trebuie să fie ocupat de fiecare dintre înfășurări [5]. Asemănător raportării înfășurării secundare a unui transformator electric la înfășurarea primară, rearanjarea spirelor (a numărului lor și a secțiunii acestora) păstrând volumul materialului conductor, nu modifică puterea bobinei, respectiv eficiența amortizării. Astfel, analiza înfășurării de amortizare constă în aflarea volumului acesteia pentru a obține

ISSN / ISSN-L: 1843-5912

<https://www.doi.org/10.36801/apme.2020.1.14>

amortizarea dorită, precum și pentru a lăsa spațiu înfășurării de comandă. Pentru un volum optim identificat, modul de bobinare al înfășurării este mai puțin important. Pentru a evita însă realizarea unei înfășurări de amortizare cu un conductor cu secțiune prea mare, dificil de bobinat și care ar putea să fie afectată de refularea curentului, pe de o parte, și pentru a nu avea prea multe spire dacă conductorul ales are secțiunea prea mică, se recomandă să se aleagă o soluție de mijloc.

Ținând cont de aspectele prezentate mai sus, dimensionarea înfășurării de amortizare pare o sarcină facilă, părând că cu cât înfășurarea are volumul mai mare, amortizarea va fi mai puternică și mai eficientă. Astfel, spațiul rămas în creștătură după realizarea înfășurării de amortizare, necesar bobinării înfășurării indusului, este limitat. Acest lucru nu este însă adevărat în cazul actuatorului studiat, așa cum se va explica ulterior în lucrare, deoarece dacă se depășește un anumit volum al înfășurării de amortizare, efectul amortizării nu va fi mai bun, ci dimpotrivă. În loc să frâneze și să încetinească rotorul până în poziția de nul, un cuplu electromagnetic prea mare poate conduce la un proces oscilant al transferului de energie prin care, la un moment dat de timp, energia cinetică se transferă către bobina de frânare unde este convertită în căldură prin efect Joule. Apoi, la un moment ulterior, energia magnetică stocată în înfășurarea de amortizare este trimisă înapoi către rotor, accelerându-l. Cu alte cuvinte, cuplul electromagnetic generat de bobina de amortizare, când va fi un cuplu de frânare, când unul de accelerare a rotorului.

Fenomenul oscilant descris mai sus are loc deoarece constantele de timp electrică și mecanică au valori apropiate, actuatorul având un moment de inerție foarte mic, iar regimul mecanic dinamic interferă cu cel electric. Astfel încât, optimizarea înfășurării de amortizare constă în aflarea volumului optim pentru care factorul de amortizare este cel mai bun, sau, în mod echivalent, aflarea numărului optim de spire a înfășurării de amortizare atunci când se păstrează secțiunea conductorului constantă.

2. MODELUL NUMERIC MEF, BIDIMENSIONAL

Modelul numeric MEF bidimensional al câmpului electromagnetic este definit de ecuația diferențială a potențialului magnetic vector \mathbf{A} :

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J} + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \mathbf{B}_r \right) \quad (1)$$

unde \mathbf{J} reprezintă densitatea de curent din bobina statorului, densitatea de curent din bobina de amortizare rezultând din ecuațiile de circuit:

$$N \frac{d\varphi}{dt} = Nl \frac{d}{dt} \int_{coil} d\mathbf{A} = R_{coil} \int_{Scoil} \mathbf{J} d\mathbf{S} + L_\sigma \frac{di}{dt} \quad (2)$$

unde N reprezintă numărul de spire, R_{coil} rezistența bobinei, L_σ inductivitatea capetelor frontale, S secțiunea bobinei, φ fluxul magnetic calculat din soluția de câmp (fluxul magnetic printr-o spirală fiind diferența dintre potențialul magnetic vector \mathbf{A} din latura de ducere și potențialul vector din latura de întoarcere a spirei înmulțit cu lungimea axială l a spirei). Fluxul magnetic asigură “cuplarea” ecuațiilor de câmp magnetic (1) cu ecuațiile de circuit electric (2). Termenul $\sigma \partial \mathbf{A} / \partial t$ reprezintă curenții turbionari induși în piesele masive conductoare (în cazul de față, paharul statoric). Magneții permanenți ai actuatorului sunt modelați prin curba de demagnetizare liniară definită de densitatea fluxului remanent \mathbf{B}_r și permeabilitatea magnetică echivalentă μ .

În afară de ecuațiile de circuit electric cuplate la problema de câmp magnetic se adaugă și ecuația de mișcare:

$$T_L - T_{em} = J \frac{d\Omega}{dt} + F' \Omega, \quad \Omega = \frac{d\alpha}{dt} \quad (3)$$

unde T_L reprezintă cuplul activ al actuatorului (în modelul de față este cuplul generat de arcul de sarcină care întoarce rotorul în poziția de zero în absența curentului de comandă), T_{em} este cuplul electromagnetic produs de curenții turbionari induși în bobina de amortizare, J momentul de inerție, Ω viteza unghiulară, α unghiul rotorului și F' coeficientul de frecare vâscoasă, altul decât cel de amortizare.

Factorul de amortizare F poate fi determinat din cuplul electromagnetic de frânare:

$$T_{em} = F\Omega \quad (4.1)$$

$$F = 2Z\sqrt{\rho J} \quad (4.2)$$

din care se poate calcula Z , raportul de amortizare cunoscându-se ρ densitatea de material și momentul de inerție J . Deoarece cuplul electromagnetic nu variază perfect linear cu viteza unghiulară, o soluție mai bună o reprezintă calcularea raportului de amortizare Z cu relația:

$$Z = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{2\pi}{\ln(x_0/x_1)} \right]^2}} \quad (5)$$

în care x_0 și x_1 sunt valorile primelor două valori maxime ale cuplului de sarcină (sau ale unghiului de deplasare, deoarece acesta este proporțional cu sarcina prin constanta arcului de sarcină).

Pentru a simula amortizarea, pentru a calcula și dimensiona bobina, actuatorul s-a rotit în poziția sa maximă de 15 grade fără a fi alimentat cu curent, fiind apoi lăsat liber. În timp ce arcul de sarcină deplasează rotorul către poziția de zero, magneții permanenți în mișcare induc o tensiune electromotoare ce produce curenți în bobinele de amortizare scurtcircuitate, generând astfel cuplul electromagnetic de frânare care asigură amortizarea necesară a rotorului.

Cuplul electromagnetic de frânare este calculat la fiecare pas de timp utilizând relația lui Arkkio, având o precizie mai ridicată de calcul față de metoda implicită utilizată de COMSOL bazată pe tensorul lui Maxwell [6,7]. Cuplul dat de relația Arkkio este:

$$T = \frac{l}{\mu_0(r_e - r_i)} \int_S r B_r B_\phi dS \quad (6)$$

în care s-au notat cu r_e și r_i razele exterioară și respectiv interioară ale benzii plasate la nivelul întrefierului pentru care se calculează relația lui Arkkio, r raza în punctele în care se calculează inducția magnetică cu componentele normală și respectiv tangențială B_r și B_ϕ , S este aria cuprinsă între cele două raze (exterioară și interioară) și μ_0 este permeabilitatea magnetică la nivelul întrefierului. Arcul de sarcină produce un cuplu proporțional cu unghiul de deplasare a rotorului, și are semn opus cuplului electromagnetic produs de actuator. Cuplul dezvoltat de actuator este proporțional cu curentul de alimentare, astfel încât la echilibru cu cuplul arcului de sarcină, și poziția rotorului este proporțională cu curentul.

Modelul numeric de câmp electromagnetic a fost realizat cu ajutorul programului profesional COMSOL Multiphysics v. 5.3 utilizând modulul „Rotating Machinery, Magnetic”. Acesta este un modul ce se utilizează pentru probleme variabile în timp și permite luarea în considerare a mișcării rotorului față de stator prin “coaserea” rețelei de discretizare a rotorului, la nivel de întrefier, pentru fiecare pas de timp, cu rețeaua de elemente finite ale statorului [8]. Modulul „Electrical Circuit” a fost adăugat pentru a cupla ecuațiile de circuit

ce definesc bobinele scurtcircuitate de amortizare, cu ecuațiile de câmp. În cele din urmă, modulul „*Global ODEs and DAEs*” a fost adăugat pentru a descrie ecuația de mișcare (3). Cuplarea dintre circuitul magnetic și circuitul electric se face prin alegerea bobinei de amortizare ca fiind „*Homogenized multi-turn*” și excitația bobinei dată de circuit „*current IvsU*”, curentul prin bobină rezultând din ecuația de circuit în care t.e.m. indusă este calculată ca derivata fluxului magnetic determinat din soluția de câmp.

3. REZULTATE NUMERICE

Rezultatele numerice au fost obținute pentru un actuator cu patru poli. Magneții permanenți ai rotorului sunt SmCo32, cu o inducție remanentă $B_r = 1,1$ T și o permeabilitate magnetică relativă $\mu_r = 1,3$, fiind magnetizați paralel. Au o înălțime de 4 mm și o lățime de 13,5 mm. Pachetul statoric este realizat din tole de siliciu 50PN259. Raza exterioară a actuatorului este de 32 mm, raza rotorului este de 11,4 mm și lungimea axială de 38 mm.

Pentru a putea analiza amortizarea rotorului, cuplul electromagnetic T_{ark} a fost calculat utilizând relația Arkkio, ec. (6), iar cuplul de sarcină T_{Load} rezultă din unghiul de deplasare a rotorului dându-se constanta de rigiditate $k_{st} = 2$ Ncm/grad. Pentru a asigura o acuratețe în calcul s-a utilizat un pas de timp relative mic și anume 5×10^{-4} s.

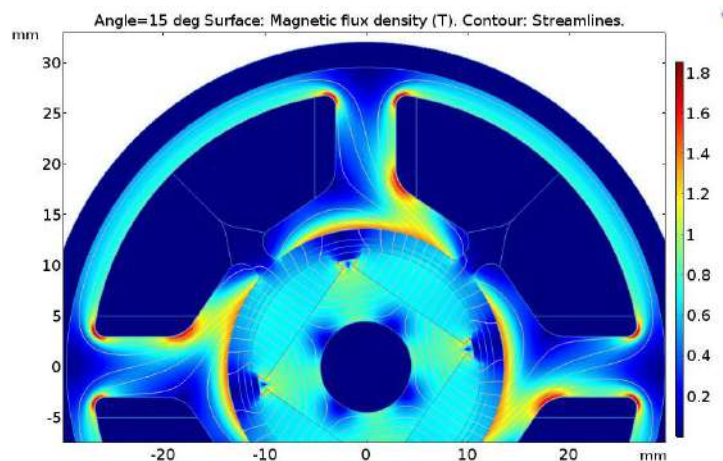
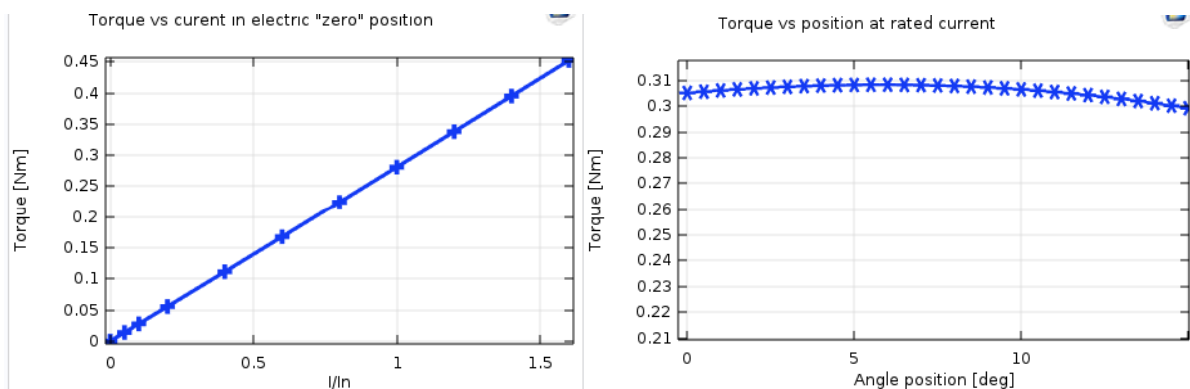


Fig. 1. Detaliile geometriei actuatorului; distribuția densității câmpului magnetic și liniile de câmp magnetic la curent nominal; magneții permanenți sunt magnetizați paralel.

Geometria actuatorului a fost parametrizată, ceea ce a permis optimizarea circuitului magnetic, forma magnetului și a pasului de acoperire polară, precum și a altor parametrii a statorului, cum ar fi lățimea și înălțimea istmului, jugul, lățimea și înălțimea dintelui etc [9].



a) b)

Fig. 2. Caracteristicile actuatorului: a) caracteristica cuplu-curent; b) caracteristica cuplu-poziție.

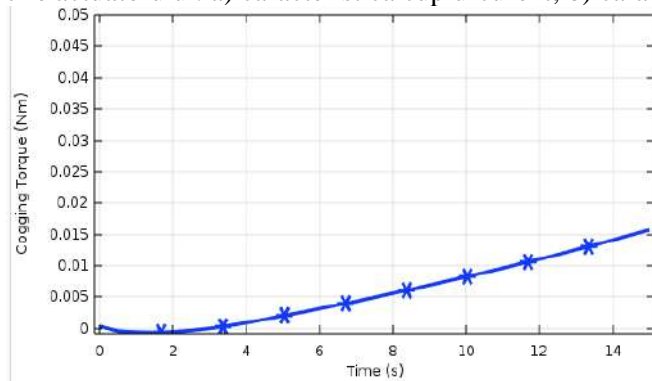


Fig. 3. Caracteristica cuplului de reluctanța în funcție de poziție.

Ca urmare a optimizării, actuatorul are o caracteristică liniară de cuplu-curent (fig.2.a), o caracteristică relativ liniară de cuplu-poziție (fig.2.b) și un cuplu de reluctanță scăzut (fig.3).

După optimizarea actuatorului, rotorul a fost plasat în poziția de 15 grade mecanice și „eliberat”. Sub acțiunea cuplului de sarcină (cuplul produs de arcul de torsiune) rotorul începe să se deplaseze spre poziția de zero. Efectul de amortizare produs de bobinele scurtcircuitate plasate pe fiecare dintre cei patru dinți a fost analizat pentru geometrii diferite, menținând aceeași secțiune a conductorului și modificând numărul de spire N .

Două cămăși din inox nemagnetic au fost folosite pentru a îmbrăca statorul și rotorul cu scopul de a le izola de fluidul hidraulic. Având o conductivitate electrică de $\sigma = 13 \cdot 10^4$ S/m în cilindrul statoric apar curenții turbionari ce contribuie și ei, alături de înfășurările scurtcircuitate statorice, la amortizarea oscilațiilor rotorului. Deoarece arcul de torsiune a actuatorului produce un cuplu proporțional cu unghiul de deplasare rotoric prin constanta de rigiditate k_{st} , curba cuplului de sarcină T_{Load} reprezintă la o altă scară poziția rotorului. De aceea s-a preferat reprezentarea din fig. 3. Deoarece s-a putut utiliza aceeași scară de referință și același unități de măsură, atât pentru cuplul arcului T_{Load} , cât și pentru cuplul electromagnetic de frânare T_{ark} .

Rezultatele prezentate în fig. 4. sunt obținute considerând frecările vâscoase nule, amortizarea fiind produsă doar de forța electromagnetică T_{ark} . Cea mai mare amplitudine a forței de frânare T_{ark} se obține pentru bobina de amortizare cu numărul cel mai mare de spire, respectiv $N = 100$. Acest lucru este evident, deoarece bobinele cu un număr mai mare de spire produce o putere electromagnetică și un cuplu de frânare mai mare. Totuși, așa cum rezultă din fig. 4, situația cea mai favorabilă în ceea ce privește amortizarea nu se obține pentru numărul maxim de spire, ci pentru $N = 55$ spire, când x_1 (ec. (5)) ia valoarea minimă.

În cazul bobinei cu $N = 100$, curba cuplului arcului de torsiune T_{Load} (la altă scară curba poziției unghiulare a rotorului) nu trece sub valoarea zero, ceea ce înseamnă că rotorul nu ajunge în poziția de zero, ci oscilează în vecinătatea unui unghi mai mare. Întrucât cuplul de torsiune (proporțional cu unghiul de deplasare a rotorului din axa de zero electric) T_{Load} și cuplul de rupere T_{ark} trebuie să aibă direcții opuse pentru a încetini rotorul. Astfel, situația ideală ar fi ca ambele curbe de cuplu din fig. 4. să fie mereu de aceeași parte a abscisei, deoarece cuplurile T_{ark} și T_{Load} din ec. (3) au fost considerate cu semne opuse.

În timpul în care cele două cupluri se află în cadrane opuse I și IV, cuplurile se adună și rotorul accelerează. Deci alegerea unui număr prea mare de spire (adică a unui volum prea mare a înfășurării de amortizare) duce la un fenomen oscilant în care puterea este transferată când dinspre rotor spre bobina de amortizare, când invers, atunci când energia magnetică stocată în bobină este transferată înapoi rotorului. O asemenea situație apare deoarece

constantele de timp electrică și mecanică au valori foarte apropiate. Pe de altă parte, o amortizare ce are un număr prea mic de spire va duce la o frânare prea slabă și la atenuarea oscilațiilor rotorice într-un timp mai îndelungat (figura 4).

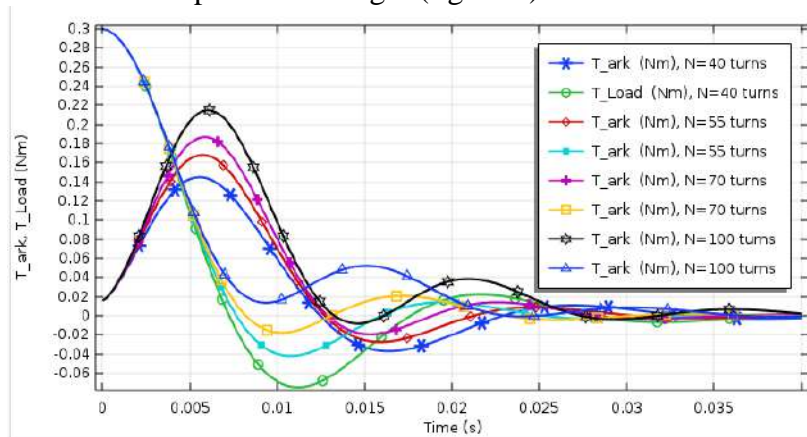


Fig. 4. Cuplul de sarcină T_{load} și cuplul electromagnetic T_{ark} reprezentat pentru un număr diferit de spire N . Cu cât N este mai mare, valoarea cuplului T_{ark} este mai mare. Cea mai bună amortizare nu se obține însă pentru numărul cel mai mare de spire $N = 100$, ci pentru $N = 55$ spire.

Rearanjarea conductoarelor în bobină (numărul de spire și secțiunea lor) dacă se menține volumul înfășurării constant, nu modifică puterea disipată și nici cuplul de frânare. De aceea simularea numerică și optimizarea bobinei de amortizare s-a făcut după numărul de spire, păstrând același secțiune a conductorului.

Pentru a lua în considerare și contribuția fluidului hidraulic ce trece prin întrefierul actuatorului, precum și frecarea rulmentului, în ecuația de mișcare ec. (3) s-a adăugat și un coeficient de frecare $F' = 0,001 \text{ Nm/rad/s}$. Amortizarea a fost îmbunătățită așa cum se observă și în fig. 5. Deși este dificil să se prezică exact contribuția frecărilor vâscoase (deoarece acestea depind de tipul de fluid hidraulic, tipul rulmenților, presiunea fluidului etc.), acest cuplul de frecare vâscoasă este cel care asigură cea mai mare parte a forței de frânare în jurul poziției de zero, acolo unde cuplul electromagnetic are valori mici.

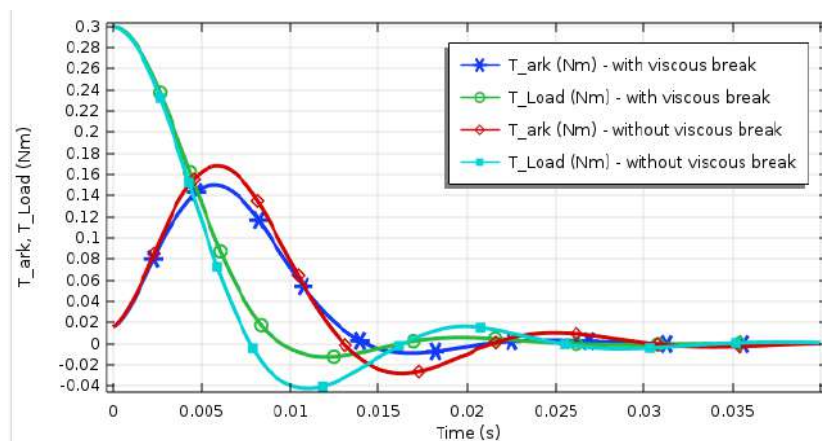


Fig. 5. Adăugarea frecărilor vâscoase în ecuația mecanică $F' = 0.001 \text{ Nm/rad/s}$ corespunzător fluidului hidraulic în întrefierul actuatorului, amortizarea fiind îmbunătățită.

Un efect similar cu o cușcă de amortizare, dar cu o magnitudine semnificativ mai mică, îl are cămașa interioară a statorului folosită pentru a izola statorul de uleiul hidraulic. Dacă cilindrul de izolare a statorului ar fi făcut din cupru, curenții turbionari din cilindru ar genera suficient cuplul de frânare pentru a asigura amortizarea necesară, fără a mai fi nevoie

de o bobină de amortizare. În fig. 6 este reprezentată grafic densitatea curentului indus în cilindru când forța electromagnetică de frânare ia valoarea maximă, adică la 0,0042s de la eliberarea rotorului.

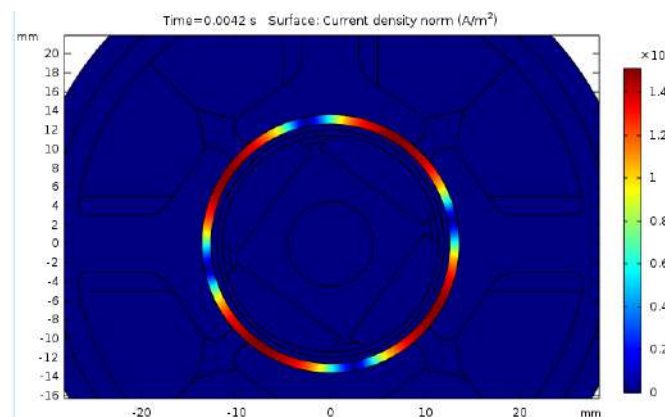


Fig. 6. Distribuția densității de curent în cilindru la cel mai înalt punct de rupere, având în vedere că cilindru este realizat din cupru. Nu există curent în bobinele de amortizare.

Curba cuplului T_{Load} din fig.7. (ce reprezintă la altă scară și poziția rotorului), arată o amortizare critică foarte eficientă în cazul în care paharului statoric este din cupru.

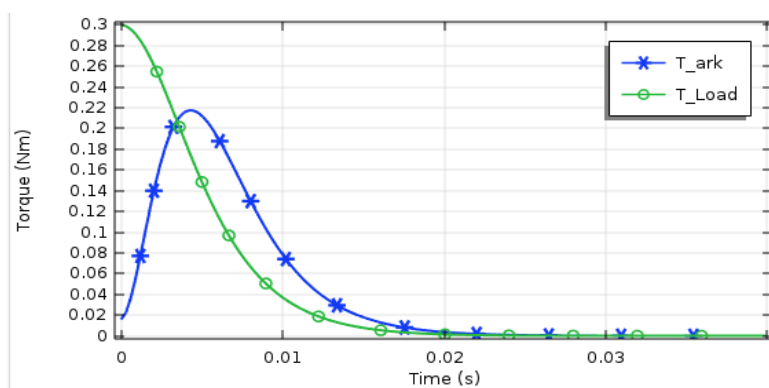


Fig. 7. Cuplul de sarcină T_{Load} (proporțional cu poziția rotorului prin constanta de rigiditate k_{st}) și cuplul de frânare T_{ark} când cilindru statorului este din cupru (fără bobină de amortizare).

Din punct de vedere numeric, aspectele importante sunt: alegerea corectă a pasului de timp și calculul precis al cuplului electromagnetic pentru fiecare pas de timp. În cazul utilizării metodei implicite a COMSOL de calcul al cuplului (notat în fig. 8 cu T_{axial}), rezultatele obținute sunt mai puțin precise pentru cuplul de frânare, dar suficient de bune pentru cuplul de sarcină, atunci când se folosesc elemente finite de ordinul II. Dacă se utilizează elemente de ordinul I, calculul T_{Load} și al factorului de amortizare sunt afectate de erori, fig. 8. Folosirea elementelor de ordinul II crește timpul de calcul de patru ori, comparativ cu modelul care folosește relația Arkkio și elemente de ordinul I.

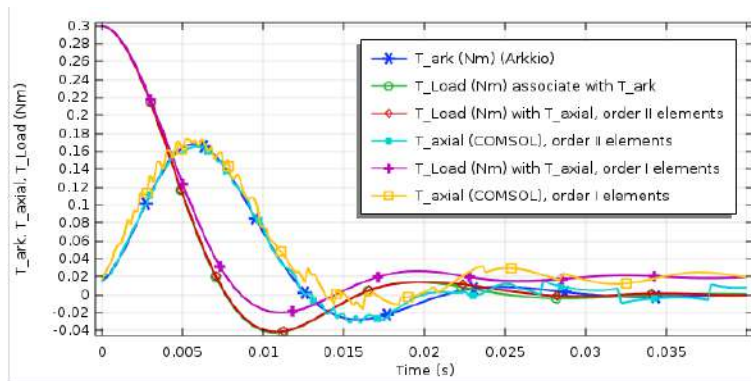


Fig. 8. Cuplul de sarcină T_{Load} determinat din ecuația mecanică, atunci când se utilizează relația lui Arkkio și respectiv tensorul Maxwell pentru calculul cuplului de frânare electromagnetic.

4. CONCLUZII

Optimizarea numerică a înfășurării de amortizare implică un model MEF complex în care ecuațiile cu derivate parțiale ce definesc câmpul electromagnetic se cuplează cu cele de circuit electric ce definesc bobinele de amortizare scurtcircuitate și cu ecuația de mișcare.

Pentru a obține precizii bune de calcul este necesară utilizarea metodei Arkkio de calcul al cuplului electromagnetic de frânare, metoda implicită COMSOL ce utilizează tensorul maxwellian introducând erori. În plus, pasul de timp după care se consideră mișcarea rotorului trebuie să fie suficient de mic pentru a asigura calculul precis al oscilațiilor rotorului.

Înfășurarea de amortizare cea mai eficientă are un număr de spire $N = 55$ spire. Pentru modelul ce are înfășurarea cu cele mai multe spire, $N = 100$ spire, rezultă cuplul electromagnetic de frânare cu amplitudinea cea mai mare, dar nu reprezintă soluția optimă de amortizare. În acest caz apare un regim oscilant în care energia se transmite când dinspre rotor către bobină, când invers, moment în care energia electromagnetică din bobină accelerează rotorul. De aceea, în modelul de actuator studiat nu se poate obține o amortizare critică (fără oscilații cu factor de amortizare $Z = 1$) cu ajutorul spirelor în scurtcircuit.

Paharul statoric ce asigură etanșarea acestuia împotriva fluidului hidraulic are un rol mic în amortizarea oscilațiilor rotorice deoarece este realizat din inox. Dacă ar fi fost realizat din cupru (material nerezistent și nerecomandat pentru construcția paharului de protecție), amortizarea oscilațiilor rotorice ar fi fost realizată fără ajutorul înfășurării de amortizare.

O amortizare mai eficientă s-ar fi putut obține utilizând o colivie de amortizare în loc de înfășurare de amortizare. Această soluție nu a fost însă practică pentru construcția actuatorului studiat deoarece nu a existat spațiul necesar pentru introducerea barelor coliviei în tălpile dinților/polilor statorici.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Gordic, Dusan & Babić, Milun & Jovicic, Nebojsa & Milovanovic, Dobrica. (2008), Effects of the variation of torque motor parameters on servovalve performance, *Strojniski Vestnik/Journal of Mechanical Engineering*, vol. 54, pg 866-873.
- [2] Jeon, Juncheol & Nguyen, Hung & Han, Young-Min & Choi, S.. (2013), Design and Evaluation of a Direct Drive Valve Actuated by Piezostack Actuator. *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 2013, paper ID 986812, 12 pages.
- [3] M. O. Abdalla, T. Nagarajan and M. H. Fakhruddin, "Numerical study of flow field and energy loss in hydraulic proportional control valve," *2011 National Postgraduate Conference*, Kuala Lumpur, 2011, pp. 1-6, doi: 10.1109/NatPC.2011.6136398.

- [4] O. Zalogin, A. Noskov and A. Cherevatov, "CFD Analysis Of Fluid Flow Inside The Spool Valve At Unsteady Modes," 2018 Global Fluid Power Society PhD Symposium (GFPS), Samara, 2018, pp. 1-4, doi: 10.1109/GFPS.2018.8472361.
- [5] Di Tommaso, Antonino & Genduso, F. & Miceli, Rosario & Nevoloso, Claudio, Fast procedure for the calculation of maximum slot filling factors in electrical machines, Twelfth International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER), 2017, 1-8. 10.1109/EVER.2017.7935906.
- [6] Arkkio, Analysis of Induction Motors Based on the Numerical Solution of the Magnetic Field and Circuit Equations, PhD Thesis, Helsinki 1987, UDC 621.313.33 : 519.62/.64.
- [7] N. Sadowski, Y. Lefevre, M. Lajoie-Mazenc, J. Cros, Finite Element Torque Calculation in Electrical Machines while Considering Movement, IEEE Trans. On MAG, vol. 28, No.2, March 1992, p. 1410-1413.
- [8] COMSOL Multiphysics, v 5.3, Reference Manual, User's Guide, Copyright© 1998-2018.
- [9] O. Craiu, L. Melcescu, C. Boboc, M. Modreanu, Proiectarea asistată a unui servomotor de curent continuu cu magneți permanenți cu caracteristica de cuplu și dimensiuni impuse, Simpozionul de Mașini Electrice SME'15 – 23 Octombrie, 2015.